1. Übung zur Physik B2 für Nebenfächler SS 2018

Ausgabe: 12.04.2018
Abgabe: bis 18.04.2018 14:00 Uhr
Briefkästen: 247-249

Prof. Dr. D. Suter

Aufgabe 1: Kreisprozesse

Eine abgeschlossene Gasmenge eines idealen Gases ist im Anfangszustand durch folgende Größen gekennzeichnet:

$$V_1 = 150\,\mathrm{cm}^3$$
$$p_1 = 232\,\mathrm{kPa}$$
$$T_1 = 247\,\mathrm{K}$$

Beim Stirlingschen Kreisprozess werden vom Gas nacheinander folgende Zustandsänderungen durchlaufen:
- isochore Erwärmung um $40\,\mathrm{K}$
- isotherme Expansion auf $290\,\mathrm{cm}^3$
- isochore Abkühlung auf die Anfangstemperatur
- isotherme Kompression auf den Anfangszustand

a) Ermitteln Sie Druck, Volumen und Temperatur nach jeder Zustandsänderung.

b) Zeichnen Sie ein V-p-Diagramm für diesen Kreisprozess. Berechnen Sie für jede isotherme Zustandsänderung mindestens zwei weitere Wertepaare.

c) Entscheiden Sie, ob nach Abschluss des Kreisprozesses das System insgesamt Arbeit abgegeben oder aufgenommen hat. Begründen Sie Ihre Antwort.

d) Bestimmen Sie diese Arbeit.

e) Wie groß ist der thermodynamische Wirkungsgrad dieses Prozesses? Geben Sie eine Möglichkeit an, den Wirkungsgrad zu vergrößern.

Aufgabe 2: Elektrisches Ladung

Nahe der Erdoberfläche kann ein elektrisches Feld nachgewiesen werden. Es ist vertikal nach unten gerichtet und beträgt im Mittel $150\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$ (mit starken zeitlichen und örtlichen Schwankungen).

a) Berechnen Sie mithilfe des Gaußschen Satzes die durchschnittliche Flächenladungsdichte an der Erdoberfläche, wenn man die Erde als leitende Kugel auffasst.

b) Wie groß ist die Gesamtladung der Erde (mittlerer Erdradius $r_E = 6371\,\mathrm{km}$)?

c) Zwei Kugeln der Masse $100\,\mathrm{g}$ werden aus einer Höhe von $2\,\mathrm{m}$ fallengelassen. Eine ist elektrisch neutral, die andere trägt eine Ladung von $+100\,\mu C$. Welche fällt schneller und um wie viel unterscheidet sich die Fallzeit? Vernachlässigen Sie den Luftwiderstand.

Aufgabe 3: Nabla und Co

Die Begriffe Rotation und Gradient werden Ihnen in der Elektrostatik und -dynamik häufig begegnen. Zur Erinnerung: Nützlich ist die Kenntnis des Nabla-Operators:

$$\vec{\nabla} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \tag{1}$$

Die Rotation eines (dreidimensionalen) Vektorfeldes $\vec{a}(x;y;z)$ ist definiert als $rot\,\vec{a} = \vec{\nabla} \times \vec{a}$ und ist wiederum ein Vektor. Der Gradient eines Skalarfeldes $U(x,y,z)$ ist definiert als $grad\,U = \vec{\nabla}U$ und ist auch ein Vektor. Hinzu kommt nun noch die Divergenz eines Vektorfeldes $div\,\vec{a} = \vec{\nabla} \cdot \vec{a} = \frac{\partial}{\partial x}a_x + \frac{\partial}{\partial y}a_y + \frac{\partial}{\partial z}a_z$. Die Divergenz ist ein Skalar. Gegeben sei der allgemeine Ortsvektor $\vec{r}$ mit seinem Betrag $r > 0$. Berechnen Sie:

a) $\vec{\nabla}\left(x^2 + zy - z^2 + 3xyz\right)$

b) $\vec{\nabla} \times \begin{pmatrix} 2y-4 \\ 4z \\ x^2+y^2+z^2 \end{pmatrix}$

c) $\vec{\nabla} \cdot \vec{r}$

d) $\vec{\nabla} \times \vec{r}$

e) $\vec{\nabla} r$

f) $\vec{\nabla}\frac{1}{r}$

g) $\Delta\frac{1}{r} = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}\frac{1}{r}$

h) $\vec{\nabla}\phi(r)$ mit $\phi(r)$ als allgemeines Skalarfeld.

i) $\vec{\nabla} \cdot \left(\phi(\vec{r}) \cdot \vec{G}(\vec{r})\right)$ mit $\vec{G}(\vec{r})$ als allgemeines Vektorfeld.