# 8. Übung zur Physik B2 für Nebenfächler SS 2018

**Ausgabe:** 31.05.2018
**Abgabe:** bis 06.06.2018 14:00 Uhr
**Briefkästen:** 247-249

Prof. Dr. D. Suter

---

## Aufgabe 1: Eisenkugel in der Erde

Das magnetische Dipolmoment der Erde beträgt $\mu_{Erde} = 8{,}0 \cdot 10^{22}\,\mathrm{J/T}$.

a) Wenn dieser Magnetismus auf eine magnetisierte Kugel im Erdmittelpunkt zurückzuführen wäre, wie groß müsste ihr Radius sein? Nehmen Sie dabei an, dass die Dichte des inneren Erdkerns $\rho = 14 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$ beträgt, ein Eisenatom $56\,\mathrm{u}$ wiegt und ein magnetisches Dipolmoment von $\mu_{Fe} = 2{,}1 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J/T}$ hat.
*Tipp: Das Gesamtdipolmoment der Kugel beträgt hier $\mu_{Erde} = N\mu_{Fe}$, wobei $N$ die Zahl der Eisenatome in der Kugel und $\mu_{Fe}$ das Dipolmoment eine Eisenatoms bezeichnet.*

b) Welchen Bruchteil des Erdvolumens würde die Kugel einnehmen? Nehmen Sie dabei eine vollständige Ausrichtung der Dipole an.

c) Tatsächlich nimmt man an, dass der innere Erdkern teilweise flüssig und teilweise fest ist und zum Teil aus Eisen besteht. Welchen Grund kennen Sie, warum ein Permanentmagnet wie in dieser Aufgabe berechnet eigentlich nicht in Frage kommt?

**Lösung:**

a) Es muss der Radius der Eisenkugel mit $N$ Eisenatomen bestimmt werden. Die Masse dieser Kugel beträgt $M = Nm$, mit $m$ als Masse eines Eisenatoms. Die Masse ist ebenfalls gegeben durch $4\pi\rho R^3/3$, wobei $\rho$ die Dichte von Eisen und $R$ der Radius der Kugel ist. Es folgt $Nm = 4\pi R^3/3$ und daraus:
$$N = \frac{4\pi\rho R^3}{3m}.$$
Durch Einsetzen von $\mu_{Erde} = N\mu_{Fe}$ erhält man:
$$\mu_{Erde} = \frac{4\pi\rho R^3 \mu_{Fe}}{3m}.$$
Daraus bekommt man den Radius $R$:
$$R = \left(\frac{3m\mu_{Erde}}{4\pi\rho\mu_{Fe}}\right)^{\frac{1}{3}}.$$
Mit der Masse eines Eisenatoms: $m = 56\,\mathrm{u} = 56\,\mathrm{u} \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg/u} = 9{,}3 \cdot 10^{-26}\,\mathrm{kg}$ erhählt man für den Radius:
$$R = 1{,}8 \cdot 10^5\,\mathrm{m}.$$

b) Das Volumen der Kugel ist
$$V_K = \frac{4\pi}{3}R^3 = 2{,}53 \cdot 10^{16}\,\mathrm{m}^3$$
und das Volumen der Erde beträgt
$$V_E = \frac{4\pi}{3}(6{,}37 \cdot 10^6\,\mathrm{m})^3 = 1{,}08 \cdot 10^{21}\,\mathrm{m}^3$$
Damit beträgt der Anteil des Erdvolumens, der von der Kugel eingenommen wird:
$$\frac{2{,}53 \cdot 10^{16}\,\mathrm{m}^3}{1{,}08 \cdot 10^{21}\,\mathrm{m}^3} = 2{,}3 \cdot 10^{-5}.$$

c) Eisen ist ein Ferromagnet. Die Suszeptibilität eines Ferromagneten ist temperaturabhängig. Oberhalb der kritischen Curie-Temperatur $T_C$ wird ein Ferromagnet paramagnetisch. Die Curie-Temperatur ist stark materialabhägig und beträgt für Eisen $T_C = 1042\,\mathrm{K}$. Die Temperatur im inneren der Erde beträgt ca. $(6000 \pm 500)\,\mathrm{K}$.

## Aufgabe 2: Ein Strom an einem anderen Strom

Ein horizontal verlaufender Draht führt einen Gleichstrom von $I_1 = 80\,\mathrm{A}$. Wie groß muss der Strom $I_2$ sein, der ein parallel zum ersten Draht verlaufender zweiter Draht haben muss, damit der zweite Draht nicht aufgrund der Erdanziehung runter fällt? In welche Richtung muss er fließen? Der Abstand zum ersten Draht beträgt $d = 20\,\mathrm{cm}$. Der untere Draht hat eine Masse von $m = 0{,}12\,\mathrm{g}$ pro Meter. In Abbildung 1 ist die Situation skizziert.

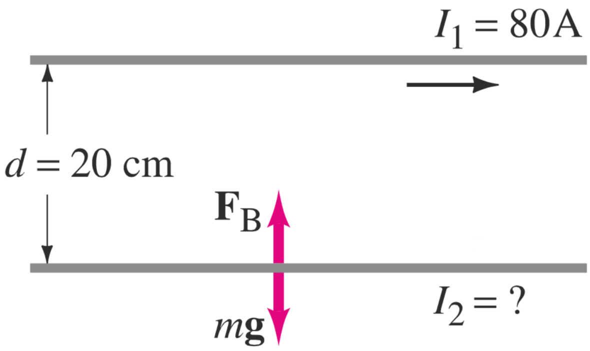



Abbildung 1: Ein Draht schwebt in der Luft.

**Lösung:**
Auf den zweiten, unteren Draht wirkt die Erdanziehungskraft pro Meter mit:

$$\frac{F}{l} = \frac{mg}{l} = \frac{0{,}12 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}}{1{,}0\,\mathrm{m}} = 1{,}18 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{N/m}.$$

Die auf Draht zwei wirkende magnetische Kraft muss nach oben wirken. Folglich muss $I_2$ parallel zu $I_1$ verlaufen (rechte Hand Regel). Der erste Draht erzeugt ein magnetisches Feld $H_1 = I_1/(2\pi d)$ und hat damit eine magnetische Flussdichte von

$$B_1 = (\mu_0 I_1)/(2\pi d).$$

Die Kraft beträgt $\vec{F_2} = I_2 \vec{l} \times \vec{B}$. Der Betrag der Kraft pro Länge ergibt sich zu:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} \cdot I_2.$$

Der Index 2 wurde hier weggelassen, da auf beide Leiter die gleiche Kraft wirkt. Mit $d = 0{,}2\,\mathrm{m}$ und $I_1 = 80\,\mathrm{A}$ berechnet sich $I_2$ zu:

$$I_2 = \frac{2\pi d}{\mu_0 I_1} \frac{F}{l} = \frac{2\pi (0{,}2\,\mathrm{m})}{4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{T \cdot m/A} \cdot 80\,\mathrm{A}} \cdot 1{,}18 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{N/m} = 14{,}75\,\mathrm{A}.$$

## Aufgabe 3: Ein magnetisches Moment im inhomogenen Magnetfeld

Ein magnetisches Moment $\vec{\mu}$ (beispielsweise ein Stabmagnet) befindet sich in einem inhomogenen Magnetfeld, welches durch $B = B_x(x)\vec{e}_x + B_y(y)\vec{e}_y$ beschrieben wird.

a) Wie sieht die resultierende Kraft auf den Magneten aus?

b) Wie können Sie anhand dieses inhomogenen Magnetfeldes entscheiden, ob ein weiterer Stab, der in Ihrer Reichweite liegt, diamagnetisch oder paramagnetisch ist?

**Lösung:**

a) Für die potentielle Energie im Magnetfeld gilt:

$$E_{\text{pot}} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu_x \cdot B_x(x) - \mu_y \cdot B_y(y)$$

Sowohl $\mu_x$ als auch $\mu_y$ sind konstant, für die Kraftanteile gilt also

$$F_x = -\frac{\mathrm{d}E_{\text{pot}}}{\mathrm{d}x} = \mu_x \frac{\partial B_x}{\partial x}\,, \quad F_y = -\frac{\mathrm{d}E_{\text{pot}}}{\mathrm{d}y} = \mu_y \frac{\partial B_y}{\partial y}$$

Die Gesamtkraft $\vec{F}$ setzt sich zusammen aus der Summe dieser beiden Anteile:

$$\vec{F} = \mu_x \frac{\partial B_x}{\partial x}\vec{\mathrm{e}}_x + \mu_y \frac{\partial B_y}{\partial y}\vec{\mathrm{e}}_y\,.$$

b) Aus der Vorlesung ist bekannt, dass

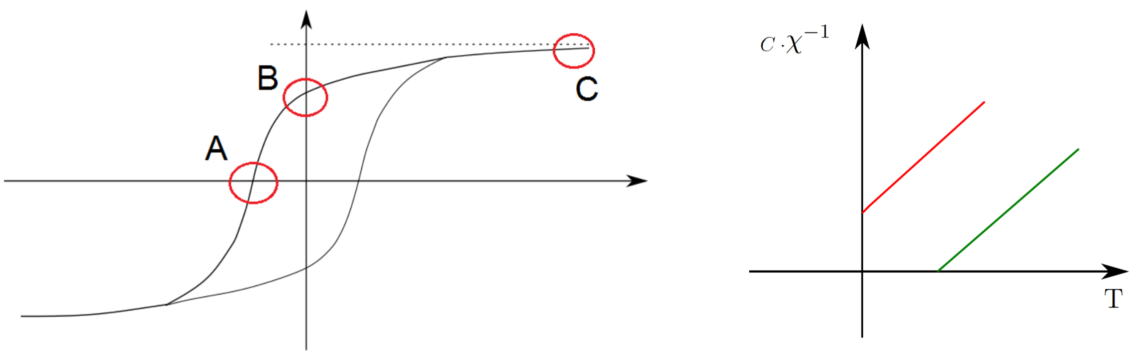
$$\vec{J} = \chi_m \vec{H}_0 \tag{1}$$

gilt. Hierbei bezeichnet $\vec{J}$ die magnetische Polarisation, welche folgendermaßen mit dem magnetischen Moment $\vec{\mu}$ zusammenhängt

$$\vec{J} = \mu_0 \cdot \vec{M} = \mu_0 \cdot \frac{\vec{\mu}}{V} \implies \vec{J} \propto \vec{\mu}. \tag{2}$$

Für einen Diamagneten gilt $\chi_m < 0$, für einen Paramagneten $\chi_m > 0$ und für einen Ferromagneten $\chi_m >> 0$.
Entsprechend wirkt auf einen paramagnetischen Stab eine Kraft in die selbe Richtung, wie auf den bereits bekannten (ferromagnetischen) Stabmagnet.
Auf einen diamagnetischen Stab hingegen, würde eine Kraft in die entgegengesetzte Richtung wirken.

## Aufgabe 4: Kurzfragen




(a) Hysteresekurve eines Ferromagneten (FM).

(b) Die reziproke magn. Suszeptibiltät aufgetragen gegen die Temperatur für eine AFM und eine FM Probe.

Abbildung 2

a) In Abbildung 2a ist eine typische Hysteresekurve eines Ferromagneten gezeigt. Welche Größen werden bei solch einer Hystereskurve gegeneinander aufgetragen? Benennen Sie außerdem die gekennzeichneten Punkte A, B, C und geben sie jeweils einen kurzen Satz als Erläuterung an.

b) Abbildung 2b zeigt die reziproken Suszeptibilitäten, welche für zwei verschiedene Proben aufgenommen wurden. Entscheiden Sie, welche der beiden Proben ferro- und welche antiferromagnetisch ist. Wie können Sie graphisch die Curie-Temperatur $T_C$ und die Neel-Temperatur $T_N$ bestimmen? *Hinweis: Wie lautet das Curie-Weiss-Gesetz?*

c) Was sind besondere Eigenschaften eines Supraleiters? Worin unterscheiden sich Supraleiter vom Typ I und II?

d) Nennen Sie zwei Anwendungsbereiche von Supraleitern.

**Lösung:**

a) Auf der $x$-Achse ist das äußere Magnetfeld $H$ und auf der $y$-Achse die gemessene magnetische Flussdichte $B$ aufgetragen.
Der Punkt A kennzeichnet das Koerzitivfeld $H_c$. Dieses Feld ist nötig um die Magnetisierung eines ausgerichteten Ferromagneten wieder auf Null zu bringen.
Der Punkt B wird als Remanenz bezeichnet und bezieht sich auf die endliche Magnetisierung eines Ferromagneten, ohne dass ein äußeres Feld einwirkt.
Der letzte Punkt, Punkt C stellt die Sättigungsmagnetisierung $M_\mathrm{S}$ dar. Auf Grund der endlichen Anzahl von magnetischen Momenten im Festkörper, ist die Magnetisierung durch $M_\mathrm{S}$ nach oben beschränkt, gerade dann wenn alle magnetischen Momente/Elementarmagnete ausgerichtet sind.

b) Das Curie-Weiss-Gesetz lautet

$$\chi_m(FM) = \frac{C}{T - T_C}\,. \tag{3}$$

Wird diese Gleichung nach der reziproken Suszepibilität umgestellt ergibt sich sofort

$$\chi_m{}^{-1} = \frac{T - T_C}{C}\,. \tag{4}$$

Anhand dieser Gleichung erkennt man sofort, dass $\chi_m{}^{-1}$ für $T = T_C$ verschwindet. Die grüne Kurve stellt also die Kurve der ferromagnetische Probe dar und der Schnittpunkt mit der $x$-Achse kennzeichnet die Curie-Temperatur $T_C$.

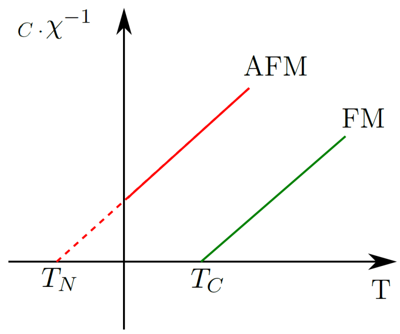



Abbildung 3

Für den antiferromagnetischen Fall lautet das abgewandelte Curie-Weiss-Gesetz

$$\chi_m(FM) = \frac{C}{T + T_N}\,. \tag{5}$$

Umgestellt bedeutet das

$$\chi_m{}^{-1} = \frac{T + T_N}{C}\,. \tag{6}$$

Hier verschwindet $\chi_m{}^{-1}$ gerade dann, wenn $T = -T_N$ gilt. Entsprechend muss man die rote Gerade nur bis zum Schnittpunkt mit der $x$-Achse verlängern und erhält so die Neel-Temperatur.

c) Die besonderen Eigenschaften eines Supraleiters sind der elektrische Widerstand, welcher unterhalb der kritischen Temperatur auf Null abfällt und dass Magnetfelder vollständig aus dem Inneren verdrängt werden können (Meissner-Ochsenfeld Effekt).
Im Gegensatz zu Typ I Supraleitern, wo das eindringende Magnetfeld unterhalb der kritischen Temperatur schlagartig abfällt, gibt es bei Typ II Supraleitern einen stetigen Verlauf des eindringenden Magnetfelds.

d) Auf Grund des fehlenden elektrischen Widerstandes und der dadruch fehlenden Wärmeentwicklung, eignen sich Supraleiter besonders gut für die Erzeugung hoher Magnetfelder.
Der Meissner-Ochsenfeld Effekt kommt in der Magnetschwebebahn zum Einsatz und erlaubt den nahezu reibungsfreien Transport.
Auch in sogenannten SQUIDs (superconducting quantum interference device) kommen Supraleiter zum Einsatz und ermöglichen hier eine hoch präzise Messung des magnetischen Flusses. Solche SQUIDs werden z.B. in archäologischen oder geologischen Untersuchungen eingesetzt.