

# 7. Übung zur Physik B2 für Nebenfächler SS 2018

**Ausgabe:** 24.05.2018

**Abgabe:** bis 30.05.2018 14:00 Uhr

**Briefkästen:** 247-249

Prof. Dr. D. Suter

## Aufgabe 1: Elektron im homogenen Magnetfeld

Elektronen, die durch  $U = 150 \text{ V}$  beschleunigt worden sind, fliegen senkrecht zu den Feldlinien in ein magnetisches Feld mit  $B = 0,85 \text{ mT}$  ein und beschreiben dort einen Kreis mit Radius  $r = 48 \text{ mm}$ .

- Berechnen Sie die spezifische Ladung des Elektrons ( $\frac{e}{m}$ ).
- Mit welcher Geschwindigkeit verlassen die Elektronen die Anodenöffnung? Wie lange brauchen sie für einen Umlauf?

**Lösung:**

- Geschwindigkeit der Elektronen:

$$\begin{aligned}E_{el} &= E_{kin} \\U \cdot e &= \frac{m}{2} v^2 \\v^2 &= \frac{2 \cdot U \cdot e}{m}\end{aligned}$$

Kräftegleichheit: Die Radialkraft und die Lorentzkraft werden gleichgesetzt.

$$\begin{aligned}F_R &= F_L \\ \frac{m \cdot v^2}{r} &= e \cdot v \cdot B \\ \frac{m^2 \cdot v^4}{r^2} &= e^2 \cdot v^2 \cdot B^2 \\ \frac{m^2 \cdot 4e^2 \cdot U^2}{r^2 \cdot m^2} &= \frac{e^2 \cdot 2U \cdot e \cdot B^2}{m} \\ \frac{e}{m} &= \frac{2U}{B^2 \cdot r^2} \\ \frac{e}{m} &= 1,80 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}\end{aligned}$$

- Geschwindigkeit

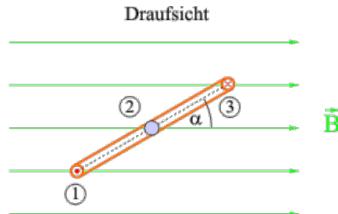
$$\begin{aligned}v^2 &= \frac{2 \cdot U \cdot e}{m} \\v &= \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot e}{m}} \\v &= 7,35 \cdot 10^6 \text{ m/s}\end{aligned}$$

Zeit für einen Umlauf:

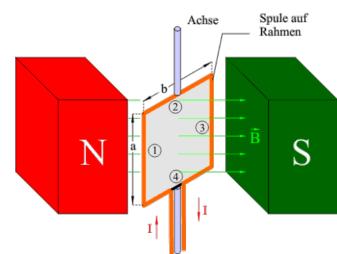
$$\begin{aligned}v &= \frac{2\pi r}{T} \\T &= \frac{2\pi r}{v} \\T &= 4,15 \cdot 10^{-8} \text{ s}\end{aligned}$$

## Aufgabe 2: Drehmoment auf Spule im homogenen Magnetfeld

Durch eine rechteckige, auf einen Rahmen aufgewickelte Spule ( $b = 6,0 \text{ cm}$ ;  $a = 8,0 \text{ cm}$ ) mit  $N = 100$  Windungen fließt ein Strom von  $I = 0,45 \text{ A}$ . Die Spule befindet sich in einem homogenen Magnetfeld der Flussdichte  $B = 0,15 \text{ T}$ .



a) Draufsicht



b) Seitenansicht

Abbildung 1: Spule im homogenen Magnetfeld aus verschiedenen Ansichten.

- Überlegen Sie sich die Richtung der magnetischen Kräfte auf die einzelnen Spulenabschnitte und beschreiben Sie, in welche Richtung die Spule bei der skizzierten Stellung in Abbildung 1a) rotieren wird.
- In welcher Spulenstellung in Abbildung 1b) ist das Drehmoment auf die Spule am größten? Berechnen Sie den Betrag dieses maximalen Drehmoments.

**Lösung:**

- Die magnetischen Kräfte auf die einzelnen Spulenabschnitte sind in der Skizze blau eingezzeichnet.

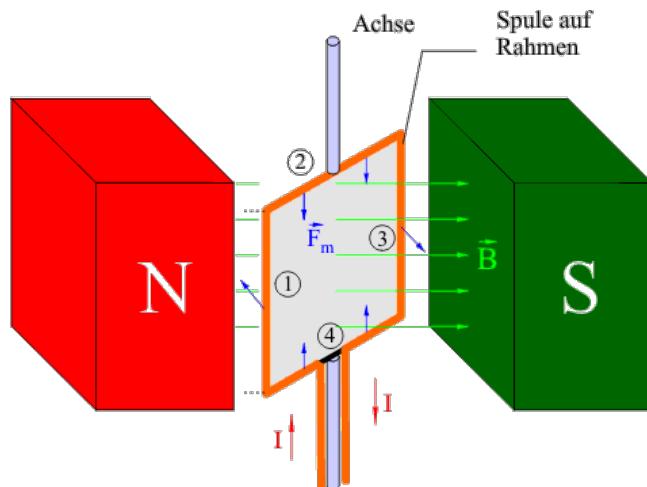


Abbildung 2: Seitendarstellung des Spulenrahmens im homogenen Magnetfeld.

- Die Kräfte auf die Spulenteile 2 und 4 drücken diese zusammen, führen aber zu keiner Rotationsbewegung.
- Die magnetischen Kräfte auf die Spulenteile 1 und 3 führen zu einer Rotationsbewegung (1 dreht sich nach hinten, 3 nach vorne ( $\alpha < 0$ )).

- b) Bei der Stellung  $\alpha = 0^\circ$  ist das Drehmoment am größten, da der Kraftarm der beiden Kräfte, die an Spulenteil 1 und 3 angreifen am größten ist. Es gilt:

$$M = 2F_{\text{Lorentz}} \frac{b}{2} \quad (1)$$

Für die magnetische Kraft in einem der Spulenteile 1 bzw. 3 gilt:

$$F_{\text{Lorentz}} = NBIa \quad (2)$$

Setzt man (2) in (1) ein, so erhält man:

$$\begin{aligned} M &= 2NBIa \frac{b}{2} = NBIab \\ \Rightarrow M &\approx 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ N m} \end{aligned}$$

### Aufgabe 3: Verständnisfragen

- Das Kabel zu einem abgeschalteten Staubsauger ist exakt in der Nord-Süd-Richtung ausgerichtet. Auf der Leitung liegt ein Kompass, dessen Nadel natürlich parallel zur Leitung liegt. Wohin zeigt die rote Spitze der Nadel, die ursprünglich nach Norden zeigt, nachdem der Staubsauger eingeschaltet wurde?
- Was passiert, wenn man einen Stabmagneten, der einen Nord- und einen Südpol hat, genau in der Mitte seiner Länge durchtrennt?
- Ein Magnet zieht eine Büroklammer an und hält sie fest. Die Büroklammer zieht eine zweite an und hält sie fest. Wie ist das zu erklären?
- Sie haben zwei äußerlich gleiche Stäbe, von denen der eine ein Stabmagnet und der andere ein normaler Eisenstab ist. Wie können Sie ohne weitere Hilfsmittel feststellen, welcher der Stabmagnet ist?

### Lösung:

- Weiterhin nach Norden.  
Es gibt zwei Gründe, warum die Nadel weiterhin nach Norden zeigt. 1. In der Leitung fließt Wechselstrom, der in der Sekunde 50 Mal die Richtung wechselt. Die Nadel ist zu träge, um davon mitzukommen. 2. Da die Leitung aus Hin- und Rückleitung besteht, fließen immer zwei Ströme in entgegengesetzte Richtungen. Damit heben sich die Magnetfelder auf, so dass die Nadel davon gar nichts spürt.
- Man hat wieder zwei Magnete mit je einem Nordpol und einem Südpol.  
Nach dem hängigen Modell besteht ein Magnet aus einer Unzahl von Elementarmagneten, die alle gleich ausgerichtet sind. Die Summe der einzelnen Magnetkräfte bilden dann die Gesamt magnetkraft. Wird der Magnet zerteilt, hat man in jedem Stück wieder eine Menge von Elementarmagneten, so dass jedes Stück einen Magneten bildet.
- Durch das Magnetfeld werden die Elementarmagnete in der Büroklammer ausgerichtet. Damit wird aus der vorher unmagnetischen Büroklammer selbst ein Magnet, der wiederum andere Eisenkörper anziehen kann.
- Ein Ende eines Stabes an die Mitte des anderen halten, sodass sie ein T ergeben.  
**Fall 1:** Der Magnet liegt mittig am Eisenstab an. Da das magnetische Feld am Pol des Stabmagneten am stärksten ist, richten sich im senkrecht dazu anliegenden Eisenstab die magnetischen Dipole parallel zu den Feldlinien aus (ferromagnetische Eigenschaft des Eisens). Entlang der Feldlinien nimmt die Feldstärke zum Stabmagneten hin zu und die Dipole im Eisen wirken eine Kraft, die zum Stabmagneten gerichtet sind. Die Dipole im Eisen und des Stabmagneten ziehen sich an und der Stabmagnet bleibt haften, wenn das Feld groß genug ist.  
**Fall 2:** Der Eisenstab liegt mittig am Stabmagneten. Das Magnetfeld des Stabmagneten ist hier am geringsten. Entlang der Feldlinien, die den Eisenstab durchsetzen, ändert sich die Feldstärke kaum, sondern nur senkrecht zu ihnen. Auf die Dipole im Eisenstab wirkt praktisch keine Kraft, da sie wieder parallel zu den Feldlinien ausgerichtet werden. Der Eisenstab wird nicht angezogen.

### Aufgabe 4: Das Zyklotron

Ein Zyklotron ist ein Kreisbeschleuniger, bei dem ein Magnetfeld geladene Teilchen auf einer Spiralbahn hält. Die Teilchen werden zwischen zwei Endkappen mit einem elektrischen Feld auf Höchstenergien im MeV Bereich beschleunigt.

- Warum muss das elektrische Feld zwischen den beiden Elektroden umgepolt werden?

- b) Zeigen Sie, dass für die Umpolfrequenz  $\nu = \frac{Bq}{2\pi m}$  gelten muss, wobei  $B$  das Magnetfeld,  $q$  die Ladung und  $m$  die Masse der Protonen ist.
- c) Zeigen Sie, dass die kinetische Energie der Protonen in jedem Umlauf um  $2qV_0$  zunimmt, wobei  $V_0$  die maximale Spannung zwischen den Elektroden ist. Nehmen Sie dazu an, dass die Strecke zwischen den Elektroden klein ist.
- d) Welche Variablen beschränken die maximale kinetische Energie eines Zyklotrons?
- e) Berechnen Sie die maximale Geschwindigkeit für Protonen der Masse  $m_{\text{Proton}} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  bei einem Magnetfeld  $B = 1 \text{ T}$  und einem Durchmesser von  $d = 5 \text{ m}$ . Die elektrische Ladung ist gegeben durch  $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ . Müssen hier relativistische Korrekturen berücksichtigt werden?

**Lösung:**

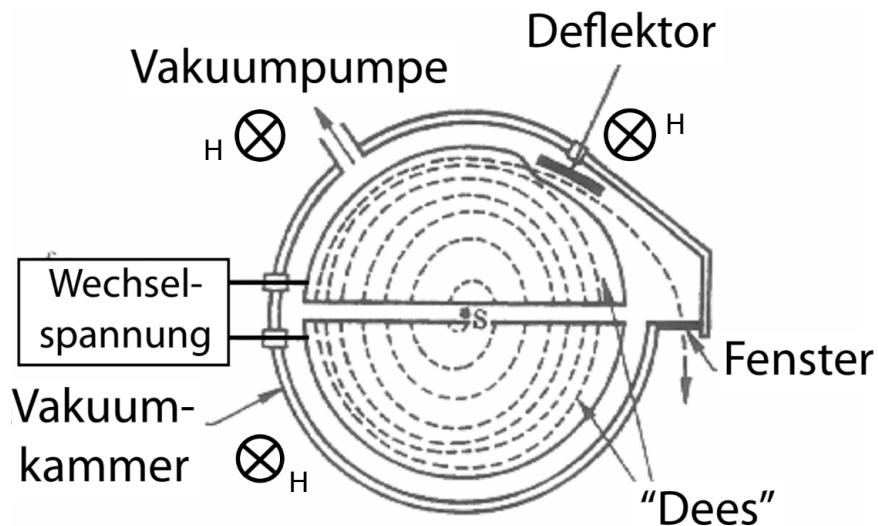


Abbildung 3: Skizze eines Zyklotrons

- a) Das elektrische Feld muss umgepolt werden, da ansonsten die Protonen bei jedem zweiten Durchgang wieder abgebremst werden würden. Dies würde geschehen, weil sich die Bewegungsrichtung der Protonen umkehrt, während das elektrische Feld noch immer in die gleiche Richtung zeigen würde. Auf diese Weise würde sich das elektrische Feld einmal in Bewegungsrichtung und einmal entgegen der Bewegungsrichtung der Protonen ausrichten. Die effektive Kraft würde demnach einmal mit der Bewegungsrichtung und einmal entgegen der Bewegungsrichtung zeigen.
- b) Der Radius eines Durchlaufs ist

$$F_{\text{Zentripetal}} = F_{\text{Lorentz}} \quad (3)$$

$$m \cdot \frac{v^2}{r} = q \cdot v \cdot B \quad (4)$$

$$r = \frac{mv}{qB}. \quad (5)$$

Für die Periodendauer gilt:

$$T = \frac{l}{v} = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB} \quad (6)$$

Für die Frequenz ergibt sich somit:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m} \quad (7)$$

- c) Für die Annahme einer kleinen Lücke zwischen den Elektroden, erhalten die Protonen bei jedem Durchlauf die Energie mit der maximalen Spannung, also:

$$E_{\text{kin}} = qV_0 \quad (8)$$

Da in jedem Umlauf zwei mal die Beschleunigungsstrecke durchlaufen wird, folgt somit:

$$E_{\text{kin,ges}} = 2qV_0 \quad (9)$$

- d) Für die maximale Energie eines Zyklotrons gilt:

$$E_{\text{max}} = \frac{e^2 B^2 r^2}{2m} \quad (10)$$

Die maximale Energie eines Zyklotrons wird demnach quadratisch vom Magnetfeld und Radius beschränkt. Um die maximale Energie zu vervierfachen, ist es also nötig, den Radius oder das Magnetfeld zu verdoppeln.

- e) Für die kinetische Energie und die maximale kinetische Energie aus der vorherigen Teilaufgabe gilt:

$$E_{\text{kin,max}} = \frac{1}{2} m_{\text{Proton}} v^2 = \frac{e^2 B^2 r^2}{2m_{\text{Proton}}} \quad (11)$$

Es folgt somit für die kinetische Geschwindigkeit:

$$v = \sqrt{e^2 B^2 \frac{d^2}{4m_{\text{Proton}}^2}} = e \cdot 1 \text{ T} \frac{5 \text{ m}}{2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 239\,470 \text{ km/s}^2 \quad (12)$$

Man müsste relativistische Effekte berücksichtigen.