6. Übung zur Physik B2 für Nebenfächler SS 2018

Ausgabe: 16.05.2018
Abgabe: bis 23.05.2018 14:00 Uhr
Briefkästen: 247-249

Prof. Dr. D. Suter

Aufgabe 1: Spulenkonstruktion

Sie haben 1 kg Kupfer zur Verfügung und möchten eine Magnetfeldspule bauen die das stärkst-mögliche Magnetfeld bei einer vorgegebenen Spannung U_0 erzeugt. Sollte der Kupferdraht möglichst lang und dünn, kurz und dick, oder ganz anders sein? Betrachten Sie dazu weitere Variablen, wie den Durchmesser der Spule, ihre Länge usw. Begründen Sie ihre Entscheidung.

Lösung: Dadurch, dass die Masse von Kupfer festgelegt ist, und die Dichte ohnehin, ist auch das Volumen festgelegt:

$$V_{\mathrm{Cu}} = m_{\mathrm{Cu}}\rho_{\mathrm{Cu}} = l_{\mathrm{Cu}}A_{\mathrm{Cu}}. \tag{1}$$

Die Magnetfeldstärke ist durch

$$B = \frac{\mu_0 N I}{\ell_{\mathrm{Spule}}}, \tag{2}$$

gegeben, wobei N die Anzahl der Windungen ist. mit $I = \frac{U_0}{R_{\mathrm{Cu}}}$ folgt:

$$B = \frac{\mu_0 N}{\ell_{\mathrm{Spule}}}\frac{U_0}{R_{\mathrm{Cu}}}, \tag{3}$$

mit $R_{\mathrm{Cu}} = \rho_{\mathrm{R,Cu}}\frac{l_{\mathrm{Cu}}}{A_{\mathrm{Cu}}}$, wobei $\rho_{\mathrm{R,Cu}}$ der spezifische Widerstand von Kupfer und l_{Cu}, A_{Cu} die Länge und Fläche des Drahtes sind, folgt:

$$B = \frac{\mu_0 N}{\ell_{\mathrm{Spule}}}\frac{U_0}{\rho_{\mathrm{R,Cu}}\frac{l_{\mathrm{Cu}}}{A_{\mathrm{Cu}}}} = \frac{\mu_0 U_0}{\rho_{\mathrm{R,Cu}}}\frac{N}{\ell_{\mathrm{Spule}}}\frac{A_{\mathrm{Cu}}}{\ell_{\mathrm{Cu}}}, \tag{4}$$

mit $A_{\mathrm{Cu}} = \frac{m_{\mathrm{Cu}}\rho_{\mathrm{Cu}}}{\ell_{\mathrm{Cu}}}$ folgt:

$$B = \frac{\mu_0 U_0 m_{\mathrm{Cu}}\rho_{\mathrm{Cu}}}{\rho_{\mathrm{R,Cu}}}\frac{N}{\ell_{\mathrm{Spule}}\ell_{\mathrm{Cu}}^2}. \tag{5}$$

Die Anzahl der Windungen N ist gegeben durch die Länge des Drahtes geteilt durch den Umfang der Spule:

$$N = \frac{\ell_{\mathrm{Cu}}}{2\pi r_{\mathrm{Spule}}}, \tag{6}$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 U_0 m_{\mathrm{Cu}}\rho_{\mathrm{Cu}}}{\rho_{\mathrm{R,Cu}}}\frac{\frac{\ell_{\mathrm{Cu}}}{2\pi r_{\mathrm{Spule}}}}{\ell_{\mathrm{Spule}}\ell_{\mathrm{Cu}}^2}, \tag{7}$$

$$B = \frac{\mu_0 U_0 m_{\mathrm{Cu}}\rho_{\mathrm{Cu}}}{2\pi\rho_{\mathrm{R,Cu}}}\frac{1}{\ell_{\mathrm{Spule}} r_{\mathrm{Spule}}\ell_{\mathrm{Cu}}}. \tag{8}$$

Der erste Faktor im Ausdruck für B besteht nur aus Konstanten, sodass

$$B \propto \frac{1}{\ell_{\mathrm{Spule}} r_{\mathrm{Spule}}\ell_{\mathrm{Cu}}}. \tag{9}$$

Daher sollte der Draht kurz und dick sein, und der Radius und die Länge der Spule sollten klein sein, damit das Magnetfeld am stärksten wird.

Aufgabe 2: Ablenkung im Magnetfeld

Ein Teilchen mit Ladung q und Impuls p bewegt sich zunächst entlang der x-Achse und erreicht ein Gebiet in dem sich ein homogenes Magnetfeld B_0 über eine Breite von $x = \ell$ erstreckt. Während das Teilchen das Feld durchquert, wird es um die Strecke d in positiver y-Richtung abgelenkt (Abb. 1).

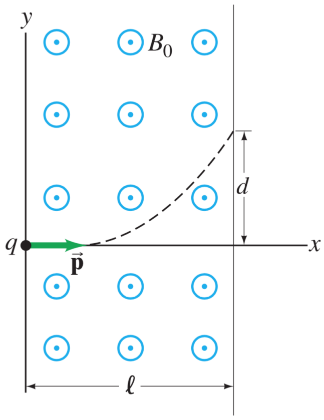

Abbildung 1

a) Finden Sie heraus, ob das Teilchen positiv oder negativ geladen ist.

b) Bestimmen Sie den Impuls p des Teilchens in Abhängigkeit der Variablen q, B_0, ℓ und d.

Lösung:

a) Damit sich das Teilchen nach oben bewegt, muss die Lorentzkraft nach oben zeigen. Mit der Drei-Finger-Regel sehen wir, dass ein positiv geladenes Teilchen sich nach unten bewegen würde. Daher muss die Ladung des Teilchens **negativ** sein.

b) In Abb. 2 ist ein Dreieck eingezeichnet, um die horizontale Strecke ℓ, die Ablenkung d und den Radius der Krümmung r miteinander in Relation zu setzen.

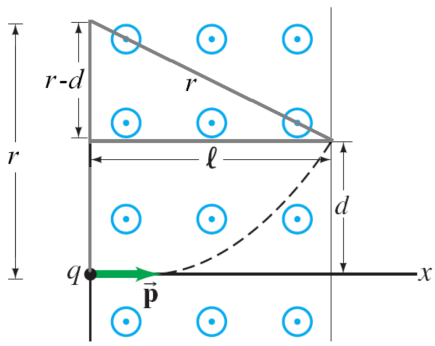

Abbildung 2

Über Pythagoras kann der Radius über die Parameter ℓ und d ausgedrückt werden:

$$r^2 = (r-d)^2 + \ell^2 \Leftrightarrow r = \frac{d^2+\ell^2}{2d}. \tag{10}$$

Da der Impuls rechtwinklig zum Magnetfeld zeigt wird das Kreuzprodukt in der Formel für die Lorentzkraft zu einem gewöhnlichen Produkt. Außerdem ist die Lorentzkraft so groß wie die

Zentripetalkraft, sodass gilt:

$$F = qvB_0 = m\frac{v^2}{r}, \tag{11}$$

$$\Rightarrow p = mv = qB_0 r = \frac{qB_0(d^2 + \ell^2)}{2d}. \tag{12}$$

Aufgabe 3: Der Halleffekt

Der Quanten-Halleffekt und der Spin-Halleffekt als kompliziertere Fälle des einfachen Halleffekts sind Themen aktueller Forschung. Dazu kommt, dass der Halleffekt im Alltag häufig benutzt wird. Aus diesen Gründen ist das Verständnis des Halleffekts wichtig.

a) Welche Größen stehen beim Halleffekt im Zusammenhang?

b) Erklären Sie kurz den Halleffekt in eigenen Worten.

Eine Hallsonde wird zur Kalibrierung senkrecht in ein bekanntes Magnetfeld der Stärke 0,1 T gestellt. Die gemessene Hallspannung beträgt $U_{H,1} = 12\,\mathrm{mV}$. Anschließend wird die Hallsonde in ein Magnetfeld unbekannter Stärke gestellt, wobei die Hallspannung $U_{H,2} = 63\,\mathrm{mV}$ beträgt.

c) Wie groß ist das Magnetfeld, wenn die Hallsonde einen Winkel $\theta = 90°$ zum Magnetfeld hat?

d) Wie groß ist das Magnetfeld bei einem Winkel von $\theta = 60°$?

Lösung:

a) Der Halleffekt gibt den Zusammenhang zwischen Spannung und Magnetfeld an:

$$U_\mathrm{H} = \frac{1}{ne} \cdot \frac{IB}{d}. \tag{13}$$

Dabei ist U_H die Hallspannung, n die Elektronendichte, e die Elementarladung, I die Stromstärke, d die Dicke des Leiterbandes und B die gemessene Magnetfeldstärke.

b) Wird ein Metallplättchen quer zu einem externen Magnetfeld mit Strom durchflossen, werden die Elektronen durch die Lorentzkraft abgelenkt. Auf diese Weise entsteht ein elektrisches Feld, welches der Lorentzkraft entgegen wirkt. Das elektrische Feld wird solange größer, bis die Kraft des elektrischen Feldes der Lorentzkraft entspricht.

c) Da der Zusammenhang zwischen Hallspannung und Magnetfeld linear ist, gilt:

$$\frac{U_{H,1}}{U_{H,2}} = \frac{B_1}{B_2} \tag{14}$$

$$B_2 = \frac{U_{H,2}}{U_{H,1}} B_1 = \frac{63\,\mathrm{mV}}{12\,\mathrm{mV}} 0{,}1\,\mathrm{T} = 0{,}53\,\mathrm{T} \tag{15}$$

d) In diesem Fall muss noch berücksichtigt werden, dass nur der senkrechte Anteil zum Halleffekt beiträgt. Es gilt demnach:

$$B_2 \sin(60°) = \frac{U_{H,2}}{U_{H,1}} B_1 \tag{16}$$

$$B_2 = \frac{U_{H,2}}{U_{H,1}} \frac{B_1}{\sin(60°)} = \frac{63\,\mathrm{mV}}{12\,\mathrm{mV}} \frac{0{,}1\,\mathrm{T}}{\sin(60°)} = 0{,}61\,\mathrm{T} \tag{17}$$