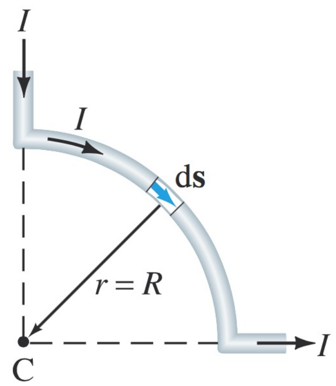
5. Übung zur Physik B2 für Nebenfächler SS 2018

Ausgabe: 10.05.2018
Abgabe: bis 16.05.2018 14:00 Uhr
Briefkästen: 247-249

Prof. Dr. D. Suter

Aufgabe 1: Ein Strom im Draht

Durch ein Viertel eines kreisförmigen Drahtringes fließt ein Strom I. Der Strom I tritt wie in der Abbildung unten dargestellt aus einem geraden Drahtabschnitt in dieses Segment ein und fließt beim Verlassen in einen geraden Drahtabschnitt weiter. Die beiden geraden Abschnitte sind zum Mittelpunkt C des Kreissegments gerichtet. Bestimmen Sie das Magnetfeld im Punkt C.



Lösung:

Das Biot-Savart Gesetz besagt:

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{I \mathrm{d}\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}.$$

Der Strom in den geraden Abschnitten erzeugt im Punkt C kein Magnetfeld, da das im Biot-Savart Gesetz auftretende Kreuzprodukt $d\vec{s} \times \vec{r}$ verschwindet. Der Radius $\vec{r}$ ist immer senkrecht auf das Wegelemet $d\vec{s}$ gerichtet und somit wird der Sinus im Kreuzprodukt zu 1:

$$\mathrm{d}\vec{s} \times \vec{r} = \mathrm{d}s \cdot r \cdot \sin(\theta = 90°) = \mathrm{d}s \cdot r.$$

Mit $r = R$ und dem Umfang eines Kreises folgt:

$$H = \frac{I}{4\pi R^2} \int \mathrm{d}s = \frac{I}{4\pi R^2} \left(\frac{1}{4} 2\pi R\right) = \frac{I}{8R}.$$

Aufgabe 2: Dynamo

Sie haben sich mit Ihrem Fahrrad im Dunkeln verfahren. Um doch noch nach Hause zu finden, wollen Sie auf Ihren Kompass schauen. Ihr Dynamo liefert eine Spannung von $U = 6\,\mathrm{V}$. Der Glühfaden Ihres Scheinwerfers besitzt einen Widerstand von $R = 15\,\Omega$, und ist zu einer Spule mit $N = 17$ Windungen und $l = 3\,\mathrm{mm}$ Länge gewickelt.

a) Berechnen Sie die Feldstärke B, die durch den Glühfaden am Ort der Kompassnadel erzeugt wird!
Hinweis: Beschränken Sie sich bei der Berechnung des B-Feldes auf die Komponente entlang der z-Achse! Die Kompassnadel ist ca. 10 cm *von der Spule entfernt!*

b) Wohin wird die Kompassnadel zeigen? Warum?

Lösung:

a) Berechnung der Feldstärke B mit Hilfe des Biot-Savart-Gesetzes.

$$
\begin{aligned}
\vec{B}(\vec{r}) &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \\
\text{mit } d\vec{l} &= R d\varphi \vec{e_\varphi}, \\
\vec{r} &= Z\vec{e_z}, \\
\vec{r}' &= R\vec{e_r}. \\
d\vec{l} \times (\vec{r} - \vec{r}') &= R d\varphi \vec{e_\varphi} \times (Z\vec{e_z} - R\vec{e_r}) \\
&= RZ d\varphi \vec{e_r} + R^2 d\varphi \vec{e_z} \\
\text{somit:} & \\
\vec{B}(\vec{r}) &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{(RZ\vec{e_r} + R^2\vec{e_z}) d\varphi}{(Z^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}
\end{aligned}
$$

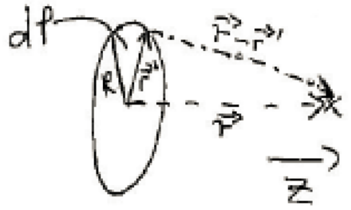


Abbildung 1: Darstellung der Feldkomponente in z-Richtung

Bei der Berechnung des B-Feldes beschränken wir uns, der Einfachheit halber, auf die entlang der z-Achse verlaufende Mittelachse. Aus Symmetrie gründen muss die radiale Komponente des B-Feldes hier verschwinden.

$$
\begin{aligned}
B(\vec{r}) &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{R^2 d\varphi}{(Z^2+R^2)^{\frac{3}{2}}} \vec{e_z} \\
&= \mu_0 I \frac{2\pi}{4\pi} \frac{R^2}{(Z^2+R^2)^{\frac{3}{2}}} \vec{e_z} \\
&= \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(Z^2+R^2)^{\frac{3}{2}}} \vec{e_z}
\end{aligned}
$$

Die Feldstärke ist abhängig vom Abstand Z auf der Symmetrieachse. Für den Strom gilt: $I = \frac{U}{R_\Omega} = \frac{6}{15}\,\mathrm{A}$. Für das B-Feld muss noch mit der Anzahl der Windungen multipliziert werden.

$$
\begin{aligned}
B(Z) &= \frac{N\mu_0 U}{2R_\Omega} \frac{R^2}{(Z^2+R^2)^{\frac{3}{2}}} \\
&= \frac{N\mu_0 U}{2R_\Omega} \frac{R^2}{Z^3(1+\frac{R^2}{Z^2})^{\frac{3}{2}}}
\end{aligned}
$$

Aus der Länge der Leiterschleife folgt ihr Radius:

$$
\begin{aligned}
l &= 2\pi R N \\
\Leftrightarrow R &= \frac{l}{2\pi N} = \frac{3\,\mathrm{mm}}{34\pi} \approx 28\,\mathrm{\mu m}
\end{aligned}
$$

Da der Abstand zwischen Kompass und Lampe $Z = 10\,\mathrm{cm}$ beträgt, gilt $Z \gg R$ und damit folgt:

$$
B(Z) = \frac{N\mu_0 U}{2R_\Omega} \cdot \frac{R^2}{Z^3}
$$

Einsetzen liefert:

$$
\begin{aligned}
B(10\,\mathrm{cm}) &= \frac{17 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2} \cdot 6\,\mathrm{V} \cdot (28 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m})^2}{2 \cdot 15\,\Omega \cdot (10^{-1}\,\mathrm{m})^3} \\
&= 3{,}35 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{T} \\
&= \underline{3{,}35\,\mathrm{pT}}
\end{aligned}
$$

b) Die Kompassnadel zeigt weiterhin nach Norden, da das Erdmagnetfeld $B_{Erd} \approx 30\,\mathrm{\mu T} = 3 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{T}$ mehrere Größenordnungen stärker ist als das Außenfeld der Glühwendel.

Aufgabe 3: Elektronentennis

Ein Elektron der Geschwindigkeit v befindet sich in einer Spule, die ein homogenes Magnetfeld B erzeugen kann. Das Magnetfeld sei senkrecht zur Bewegung des Elektron ausgerichtet. Wird das Feld eingeschaltet, bewegt sich das Elektron auf einem Kreisbahnsegment. Wie lange muss das Feld eingeschaltet bleiben, um das Elektron um 180° auf seiner Kreisbahn abzulenken, es also zurückzuschlagen?

Lösung:

Wie lange muss das Feld eingeschaltet sein, damit e^- zurückfliegt? Es wirkt die Lorentzkraft:

$$\vec{F_L} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$
$$\Rightarrow |\vec{F_L}| = qvB\sin\varphi \quad \text{, mit } \sin\varphi = 1, \text{da } \varphi = 90°$$

Das e^- bewegt sich auf einer Kreisbahn und es gilt:

$$\vec{F_R} = \frac{mv^2}{R}$$

Die Strecke S, die das e^- zurücklegen muss:

$$S = \frac{2\pi R}{2} = v \cdot t$$
$$\Leftrightarrow t = \frac{\pi R}{v}$$

Wegen des Kräftegleichgewichts gilt:

$$|\vec{F_L}| = |\vec{F_R}|$$
$$qvB = \frac{mv^2}{R}$$
$$\Leftrightarrow R = \frac{mv}{qB}$$

Die notwendige Anschaltdauer berechnet sich somit zu:

$$t = \frac{\pi mv}{vqB} = \frac{\pi m}{qB}$$