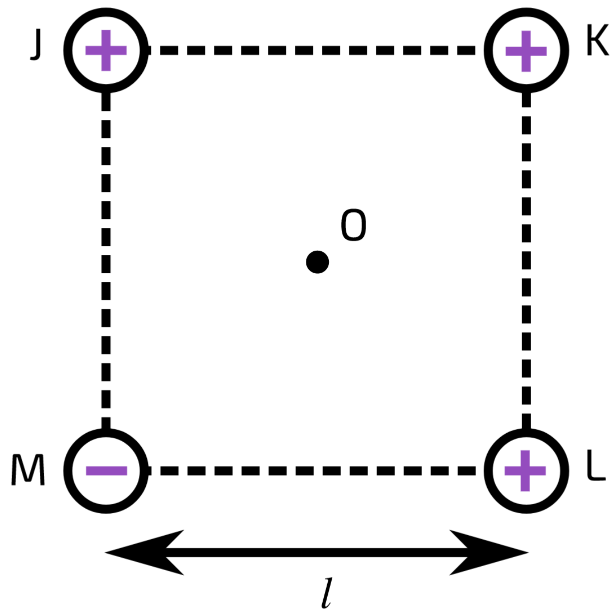
8. Übung zur Physik A/B 1 SS 2019

Ausgabe: 17.05.2019
Abgabe: bis 24.05.2019 12:00 Uhr
Briefkästen: 247, 248, 249

Prof. Dr. D. Suter

Aufgabe 1: Punktladungen im Quadrat und Dreieck — 6 Punkte

Betrachten Sie vier Punktladungen, die in einem Quadrat mit Seitenlängen l angeordnet sind.



Dabei soll der Betrag der Ladungen q sein, die Vorzeichen sind der Abbildung zu entnehmen. Rechnen Sie in dieser Aufgabe zweidimensional, es gilt also für den Ortsvektor $\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Der Ursprung O liege in der Mitte des Quadrats.

a) Bestimmen Sie die elektrischen Feldstärken $\vec{E}_i(x, y)$, wobei i die Punkte J, K, L und M durchzählt, und die gesamte elektrische Feldstärke $\vec{E}_{\text{ges}}(x, y) = \sum_i \vec{E}_i(x, y)$.

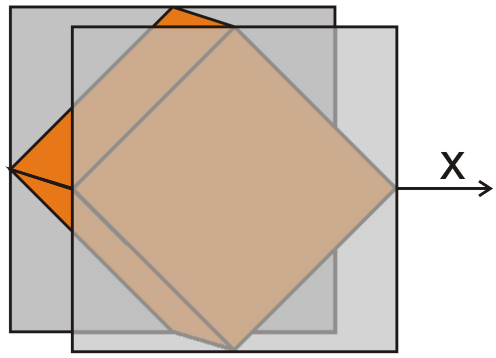
b) Ermitteln Sie die elektrische Feldstärke und ihren Betrag im Punkt $(0, 0)$. Berechnen Sie für den Betrag einen Zahlenwert, wenn q die Elementarladung ist und das Quadrat eine Seitenlänge von $l = 100\,\text{pm}$ hat.

Es sei nun ein gleichschenkliges Dreieck mit den Punkten $A = (0, 0)$, $B = (a, 0)$ und $C = (a/2,\ a \cdot \tan(\alpha)/2)$ gegeben. Die Basiswinkel seien α und es gelte $0 < \alpha < 90°$. In den Punkten A und B befinden sich Punktladungen der Stärke q.

c) Bestimmen Sie die elektrischen Feldstärken $\vec{E}_i(x, y)$, wobei i die Punkte A und B durchzählt, und die gesamte elektrische Feldstärke.

d) Ermitteln Sie die elektrische Feldstärke und ihren Betrag im Punkt C. Berechnen Sie einen Zahlenwert für den Betrag, wenn q die Elementarladung, die Basislänge des Dreiecks $a = 100\,\text{pm}$ und $\alpha = 60°$ ist.

Aufgabe 2: Dielektrikum im Plattenkondensator 5 Punkte



Ein Dielektrikum mit Dielektrizitätskonstante ϵ_r und Masse m befindet sich in einem Plattenkondensator, an dem eine konstante Spannung U anliegt. Die Platten des Kondensators sind quadratisch mit Seitenlänge $\sqrt{2}a$ und das ebenfalls quadratische Dielektrikum hat Seitenlänge a und ist um 45° gegen die Platten gedreht (siehe Abbildung). Es füllt den Abstand d der Platten vollständig aus. Randeffekte sind zu vernachlässigen.
Das Dielektrikum wird nun zur Seite ausgelenkt, so dass ein Teil den Kondensator verlässt.

a) Machen Sie sich zuerst anhand einer kleinen Skizze klar, wie die wirksame Fläche des Dielektrikums innerhalb des Kondensators beschrieben werden kann.

b) Bestimmen Sie nun die Feldenergie in Abhängigkeit der Auslenkung x und berechnen Sie die daraus folgende rücktreibende Kraft.

Aufgabe 3: Ein elektrischer Dipol 5 Punkte

In der Vorlesung wurde ein elektrischer Dipol als Anordnung zweier entgegengesetzt geladener Ladungen in einem festen Abstand definiert. Diese Definition kann mithilfe des Integralausdrucks

$$\vec{p} = \int \mathrm{d}^3r\, \rho(\vec{r})\vec{r} \tag{1}$$

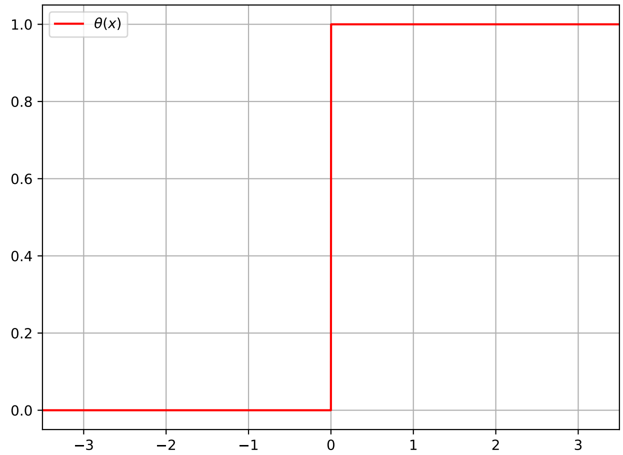
für das elektrische Dipolmoment mit der Raumladungsdichte $\rho(\vec{r})$ verallgemeinert werden.
Im Folgenden sollen Sie Eigenschaften eines ausgedehnten elektrischen Dipols anhand des Beispiels eines eindimensionalen Dipols kennenlernen.
Betrachten Sie dazu die Linienladungsdichte

$$\rho(x) = \frac{\lambda}{L} \cdot x \cdot \theta\left(\frac{L}{2} - x\right) \cdot \theta\left(\frac{L}{2} + x\right) \tag{2}$$

eines Stabes der Länge L und einer positiven Konstante λ. Die Heaviside-Funktion θ ist wie folgt definiert:

$$\theta(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1, & x \geq 0. \end{cases}$$

Zur Veranschaulichung kann die unten stehende Abbildung des Graphen der Heaviside-Funktion dienen.



a) Skizzieren Sie $\rho(x)$. Dazu kann es hilfreich sein, zuerst die Graphen von $\theta\left(\frac{L}{2} - x\right)$ unfd $\theta\left(\frac{L}{2} + x\right)$ zu skizzieren. Zeigen Sie auch explizit, dass die Gesamtladung des Stabes null ist, indem Sie über die Linienladungsdichte integrieren.

b) Welche Einheit und welche physikalische Bedeutung hat λ? Beachten Sie dabei, dass die Heaviside-Funktion einheitenlos ist.
Bestimmen Sie das elektrische Dipolmoment. Die angegebene Formel vereinfacht sich für diesen Fall einer eindimensionalen Linienladungsdichte zu $\vec{p} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x\, \rho(x) x \vec{e}_x$.

c) Welches skalare elektrische Potenzial $\phi(\vec{r})$ resultiert aus dieser Ladungsdichte, wenn $|\vec{r}| \gg L$ ist? Mit welcher Potenz von x fällt das Potenzial ab, wenn man sich auf der Achse der Linienladung befindet? Vergleichen Sie mit dem Fall eines elektrischen Monopols.

d) Es liege ein äußeres, konstantes elektrisches Feld $\vec{E}_\mathrm{a} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$ an. Bestimmen Sie das Drehmoment $\vec{M}$, das auf den Dipol wirkt.