Der Nabla-Operator $\vec{\nabla}$ ist definiert als

$$\vec{\nabla} = \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{pmatrix}.$$

Er wird verwendet für die wichtigsten Operatoren der Vektor-Analysis:Gradient, Divergenz und Rotation.

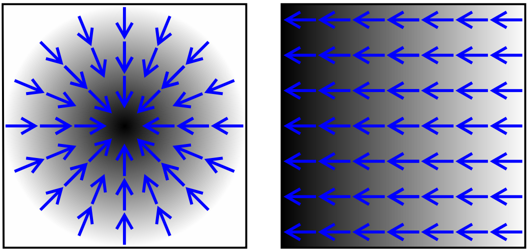

Abbildung 0.1: Zwei Beispiele für Gradienten von skalaren Feldern. Die Pfeile bezeichnen die Gradienten, der graue Hintergrund das skalare Feld.

Der Gradient bezeichnet die Richtung und den Betrag des steilsten Anstiegs eines skalaren Feldes Φ:

$$\vec{grad}\Phi = \vec{\nabla}\Phi = \begin{pmatrix} \partial\Phi/\partial x \\ \partial\Phi/\partial y \\ \partial\Phi/\partial z \end{pmatrix}.$$

Die Divergenz bezeichnet die Dichte an Quellen oder Senken eines Vektorfeldes $\vec{v}$:

$$div\,\vec{v} = \vec{\nabla}\cdot\vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}.$$

Die Rotation eines Vektorfeldes ist selber ein Vektorfeld:

$$\vec{rot}\,\vec{v} = \vec{\nabla}\times\vec{v} = \begin{pmatrix} \frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \\ \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \\ \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \end{pmatrix}.$$