

Aufgabe 1: Thermographie

3 Punkte

Ein Patient eines Kollegen klagt über erhöhte Temperatur. Zur Verifizierung wollen Sie ihr neues Detektionsgerät nutzen, das bei einer Wellenlänge λ von $8\mu\text{m}$ arbeitet. Es stellt sich heraus, dass der Patient eine Temperaturerhöhung von 4°C aufweist. Bestimmen Sie die relative Änderung der Leistungsdichte bei $\lambda = 8\mu\text{m}$ und einer Temperaturänderung von 4°C .

Aufgabe 2: Faltung

3 Punkte

Gegeben sind zwei Signale die gefaltet werden sollen. Geben Sie das Ergebnis als mathematischen Ausdruck an. Die Signale sind wie folgt definiert:

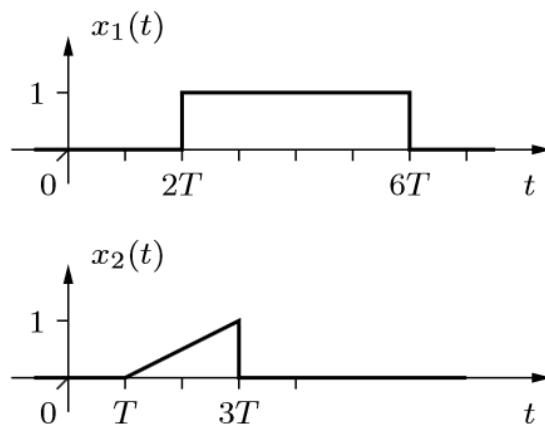


Abbildung 1: Darstellung der beiden Ausgangssignale $x_1(t)$ und $x_2(t)$.

$$x_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } 2T \leq t \leq 6T \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (1)$$

$$x_2(t) = \begin{cases} \frac{t-T}{2T} & \text{für } T \leq t \leq 3T \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (2)$$

Bestimmen Sie $y(t)$ für die unterschiedlichen Abschnitte der Funktion. Dabei ist $y(t)$ gegeben durch:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\tau) x_2(t - \tau) d\tau \quad (3)$$

Zeichnen Sie im Anschluss das Resultat der Faltung.

Aufgabe 3: Rekonstruktion aus Projektion

3 Punkte

Ein Körper bestehend aus 4 Würfeln verschiedener Materialien soll mit Hilfe von Röntgenstrahlung auf seine Zusammensetzung untersucht werden. Die Anfangsintensität der Röntgenstrahlung sei $I_0 = 5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$.

Nach Durchlaufen einer Wegstrecke in einem Körper ist die gemessene Intensität des Strahls (für die Projektionsrichtung j)

$$I_j = I_0 e^{-\sum_i \mu_i d_i}. \quad (4)$$

Hierbei sind μ_i die Absorptionskoeffizienten des durchlaufenen Materials i und d_i die Wegstrecken im Material i .

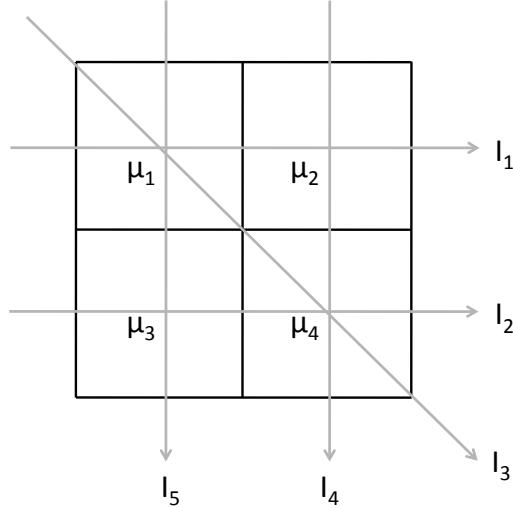


Abbildung 2: Projektion in 5 Richtungen

Für den Körper in Abb. 2 seien die gemessenen Intensitäten I_j für die 5 verschiedenen Projektionen im folgenden Vektor zusammengefasst:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.843 \\ 4.172 \\ 0.521 \\ 4.172 \\ 0.843 \end{pmatrix} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \quad (5)$$

Die Kantenlängen der Elementarwürfel seien je 1 cm.

Berechnen Sie die Absorptionskoeffizienten μ_i ($i=1,\dots,4$) für die 4 Würfel. Aus welchen im Körper vorkommenden Materialien könnte der Inhalt der Würfel bestehen?

Beispiele für Wertebereiche für Absorptionskoeffizienten von im Körper vorkommenden Materialien sind: $\mu_{Knochen} = (0.38 - 1.70) \text{ cm}^{-1}$, $\mu_{Weichteil} = (0.15 - 0.23) \text{ cm}^{-1}$, $\mu_{Luft} = 0.001 \text{ cm}^{-1}$.