

10 Diagnostische Bildgebung

Literatur zu bildgebenden Verfahren allgemein:

- Bildgebende Verfahren in der Medizin, O. Dössel, Springer-Verlag
- P. Suetens, The fundamentals of medical imaging, Cambridge
- Heinz Morneburg (Ed.), Bildgebende Systeme für die medizinische Diagnostik, Siemens
- N.B. Smith, A. Webb, Introduction to medical imaging, Cambridge
- J.T. Bushberg, J.A. Seibert, E.M. Leidholdt, J.B. Boone, The essential physics of medical imaging, Wolters Kluwer
- P. Allisy-Roberts, J. Williams, Farr's Physics for medical imaging, Saunders

Im zweiten Teil der Vorlesung werden physikalische Methoden diskutiert, welche in der medizinischen Diagnose angewendet werden. Die medizinische Diagnostik ist ein sehr breites Gebiet, welches neben physikalischen auch chemische und biologische Verfahren umfasst. Wir beschränken uns hier auf die physikalischen und insbesondere auf einige bildgebende Verfahren.

Dieses Kapitel gibt eine kurzen Übersicht über die Methoden, welche in den folgenden Kapiteln diskutiert werden. Darüber hinaus werden einige weitere Methoden aufgezählt für die im Rahmen dieser Vorlesung keine Zeit bleibt. Das Schwergewicht liegt bei Methoden, die in der klinischen Praxis angewendet werden. Daneben werden einige Beispiele aufgezählt von physikalischen Techniken, die für die medizinische Grundlagenforschung wichtig sind.

10.1 Bildgebende Methoden

10.1.1 Allgemeines

Diagnostik, also die Beurteilung des Gesundheitszustandes und die Suche nach den Ursachen einer Krankheit, gehört zu den wichtigsten Aspekten der Medizin. Während sie lange Zeit praktisch nur auf die Erfahrung und Ausbildung eines Arztes angewiesen war, stützt sie sich heute in wesentlichen Teilen durch biologische, chemische und physikalische Techniken. Heute existiert eine Vielzahl von Methoden, welche diagnostisch wertvolle Informationen liefern. Diese sollten im Allgemeinen nicht als Konkurrenz betrachtet werden, sondern als unterschiedliche Möglichkeiten, die sich ergänzen. Häufig liefert eine einzelne Methode nicht genügend Informationen, sondern erst eine Kombination von verschiedenen Methoden liefert die relevante Aussage. Wichtig vom Standpunkt des Physikers ist dabei, wie die einzelnen Methoden optimiert werden können, um möglichst viel Information oder möglichst genau die gewünschte Information zu liefern. So kann z.B. die MRI auf sehr unterschiedliche Informationen optimiert werden, wie z.B. die Geometrie von Weichteilen, das Wachstum von Krebszellen, Stoffwechselstörungen oder die Strömungsgeschwindigkeit von Blut.

Traditionell (vor allem bei der Röntgentechnik) lag der Schwerpunkt der physikalischen Diagnostik bei der Abbildung von Organen. Heute liegt ein wichtiger Entwicklungstrend in der Erweiterung von der reinen Abbildung auf funktionelle Bildgebung, also zur Abbildung von bestimmten Körperfunktionen wie z.B. Durchblutung, Stoffwechsel, Nervenaktivität. In die gleiche Richtung zielt die molekulare Bildgebung, also die Messung der Verteilung bestimmten Moleküle im Körper. Und schliesslich versucht man immer häufiger, verschiedene Verfahren zu kombinieren, z.B. für eine besonders hohe räumliche Auf-

lösung die Kombination aus MRT / CT.

10.1.2 Kernspintomographie (MRI)

In der Kernspintomographie (MRI = Magnetic Resonance Imaging) verwendet man resonante Anregung von Kernspin-Übergängen, um die Dichte von bestimmten Atomen (meistens Protonen = Wasserstoffatome) abzubilden. Sie basiert auf der Kernspinresonanz (NMR = Nuclear Magnetic Resonance).

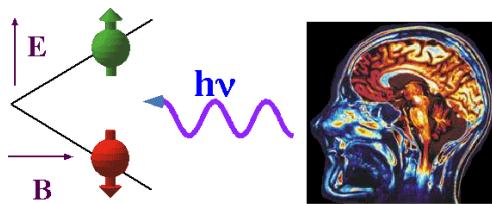


Abbildung 10.1: Links: Prinzip der Kernspinresonanz (NMR). Rechts: Schnittbildaufnahme eines Kopfs mittel Kernspintomographie (MRI).

Figur 10.1 zeigt das Prinzip: In einem Magnetfeld sind die Energien der Zustände eines Kernspins um den Betrag der Larmorfrequenz aufgespalten. Ein resonantes magnetisches Wechselfeld, das senkrecht zum statischen Magnetfeld orientiert ist, kann Übergänge zwischen diesen Zuständen anregen. Die Stärke des Signals ist proportional zur Anzahl der Spins.

Da die Aufspaltung und damit die Resonanzfrequenz proportional zur Stärke des Magnetfeldes ist, kann man die Larmorfrequenz der Kerne als Maß für die Stärke des Magnetfeldes verwenden. Benutzt man ein Magnetfeld, dessen Stärke über den Raum variiert, kann man somit die Verteilung der Spindichte im Raum bestimmen. Eine Darstellung dieser Spindichte ergibt damit, je nach Aufnahmetechnik, ein zweidimensionales oder dreidimensionales Bild des Objektes.

In der Medizin stellt man in erster Linie die Protonen (=Wasserstoff)-Dichte dar. Die wichtigsten Signalbeiträge sind deshalb Wasser und Fett. Figur 10.1 zeigt als Beispiel einen Querschnitt durch einen Kopf: hier wird das Gehirn sehr detailliert dargestellt, während der Schädel nur schwach erscheint. Die größte Bedeutung hat die MRI daher auch im

Bereich der Erkrankungen des Gehirns und bei Tumoren der „weichen“ Organe.

Die MRI ist ein quantitatives bildgebendes Verfahren und bietet eine Vielzahl von Parametern, die eine Kontrastverbesserung für die unterschiedlichen Untersuchungen möglich machen. Es ist außerdem möglich, eine Region des Körpers nicht nur dreidimensional abzubilden, sondern auch spektroskopische Information ortsaufgelöst zu messen (MR-Spektroskopie).

10.1.3 Projektionsröntgen



Abbildung 10.2: Röntgenaufnahmen.

Bei dem Projektionsröntgen wird das zu untersuchende Körperteil mit Röntgenstrahlen beschossen und das Linienintegral über den (linearen) Röntgenschwächungskoeffizienten entlang der Strahlbahn gemessen. Diese Abbildungsmethode wurde schon kurz nach der Entdeckung der Röntgenstrahlen durch Wilhelm Conrad Röntgen am 8. November 1895 medizinisch benutzt. Sie ist deshalb die am besten etablierte der hier diskutierten Methoden.

Im Projektionsröntgen werden Objekte dann erkannt, wenn sie Röntgenstrahlung stärker oder weniger stark absorbieren als ihre Umgebung. Da die Absorption von Röntgenstrahlung im Wesentlichen durch die Elektronendichte bestimmt ist, wird sie vor allem durch schwere Atome beeinflusst.

Knochen sind deshalb deutlich vor einem Hintergrund aus Weichteilgewebe zu erkennen. Verschiedene Weichteilgewebe (Fett, Muskeln etc.) können aber erst durch den Einsatz von Kontrastmitteln unterschieden werden. Insgesamt sind die möglichen

Anwendungen sehr zahlreich, zumindest für die Abbildung von Knochen, Organen und Gefäßen. Quantitative Messungen sind auf Grund der Messung nur eines Parameters nur sehr eingeschränkt möglich.

10.1.4 Computer-Tomographie (CT)

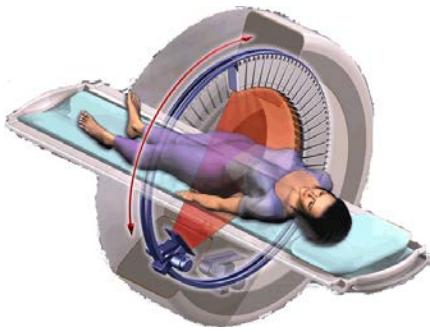


Abbildung 10.3: Computer-Tomographie

Die physikalischen Grundlagen für die CT sind die gleichen wie beim Projektionsröntgen. Bei der CT werden jedoch viele Projektionen gemessen, indem die Röntgenquelle und der Detektor um das Objekt (den Patienten) gedreht werden. Aus dieser Vielzahl von Projektionen berechnet ein Computer durch Rückprojektion die Elektronendichte im Objekt.

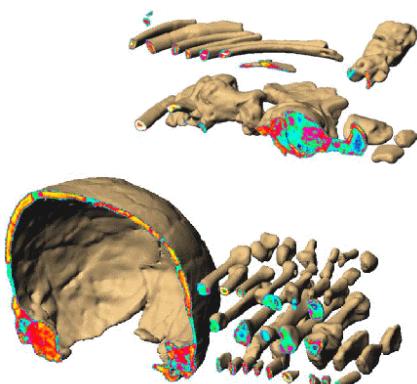


Abbildung 10.4: CT Abbildungen: Knochen eines Neandertalers.

Das Einsatzgebiet umfasst hauptsächlich Unfalldiagnostik und Untersuchungen von Kopf, Lunge und Bewegungsapparat. Die Operationsplanung in der Endoprothetik, zum Beispiel bei der künstlichen

Hüfte, basiert heute auf den dreidimensionalen CT-Datensätzen. Quantitative CT ist wie beim Projektionsröntgen nur eingeschränkt möglich. Ein Einsatzgebiet ist zum Beispiel die Messung des Knochenzustandes im Verlauf einer Therapie oder Erkrankung.

10.1.5 Nukleardiagnostik

Nukleardiagnostik fasst diejenigen diagnostischen Verfahren zusammen, welche radioaktive Isotope für die Untersuchung verwenden. Bei der Nukleardiagnostik ist nicht die Abbildung der Morphologie das Ziel, sondern es sollen funktionelle Abläufe sichtbar gemacht werden. Dafür werden dem Probanden geeignete Moleküle verabreicht, welche die zu untersuchende Funktion markieren. Um diese Testmoleküle anschließend detektieren zu können, werden sie mit Radioisotopen markiert, welche mit sehr hoher Nachweiswahrscheinlichkeit detektiert werden können.

Meist wird dem Probanden dafür radioaktiv markiertes Material eingespritzt. Gemessen wird die Aktivität des zuvor eingebrachten radioaktiven Isotops (meist Gammastrahler). Indem man die Quelle dieser Strahlung ermittelt, kann man nicht nur die Anreicherung in einem bestimmten Teil des Körpers verfolgen, sondern auch den Weg durch den menschlichen Organismus.

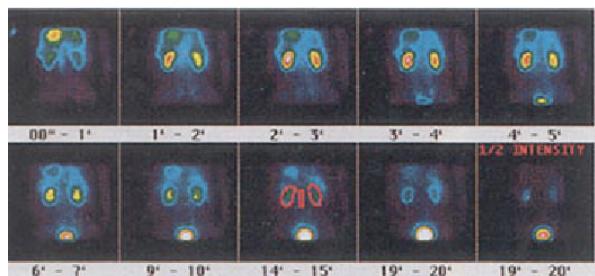


Abbildung 10.5: Beispiel für planare Szintigraphie.

Bei der **Planaren Szintigraphie** wird die Aktivitätsaufnahme an einem Ort direkt nach der Einnahme des Präparats mit einer Gammakamera zeitlich aufgelöst gemessen. Sie entspricht dem Projektionsröntgen. In der Abbildung 10.5 ist eine Nierenfunktionsszintigraphie zu sehen. Das Radiopharmakaon fließt normal über die Nieren in die Blase. Die

Durchblutung der Niere kann seitengetrennt beurteilt werden, ebenso wie die Reinigungsfunktion der Niere (*clearance*).

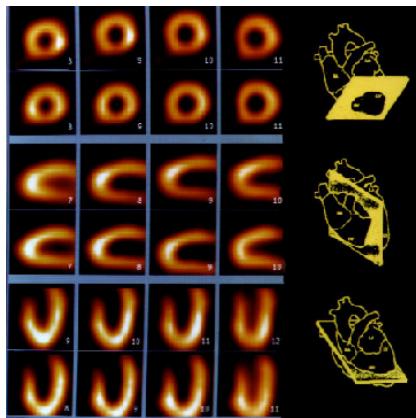


Abbildung 10.6: Myokard-SPECT.

Ähnlich wie bei der CT kann auch die Nukleardiagnostik auf drei Dimensionen erweitert werden. Die dreidimensionale Erweiterung der planaren Szintigraphie wird als **Single Photon Emission Computer Tomography (SPECT)** bezeichnet. Hier wird das Linienintegral der Aktivitätsdichte mit der Gammakamera in verschiedenen Projektionen gemessen. Aus diesen Projektionen wird mit Hilfe ähnlicher mathematischer Rekonstruktionsverfahren wie in der CT die dreidimensionale Verteilung berechnet. Abbildung 10.6 zeigt das Ergebnis einer Myokardszintigraphie (Myokard-SPECT). Diese Technik liefert exakt reproduzierbare und nachvollziehbare Schnitte durch das Herz und wird zum Beispiel bei Verdacht auf eine koronare Herzkrankheit eingesetzt.

Es gibt auch Kombinationsgeräte, mit denen SPECT- und CT-Untersuchungen gleichzeitig durchgeführt werden können. Abbildung 10.7 zeigt ein Gerät von Siemens, darunter eine CT- und SPECT-Aufnahme eines Schilddrüsentumors (links, Mitte) und das zugehörige Kombinationsbild (rechts). Die Diagnose von Tumor- und Herzerkrankungen wird so genauer und zuverlässiger.

Bei der **Positronen-Emissions-Tomographie (PET)** wird ein Positronenmarker eingesetzt zur Molekülverfolgung und die Gammaquanten der Annihilationsstrahlung von Positronen mit

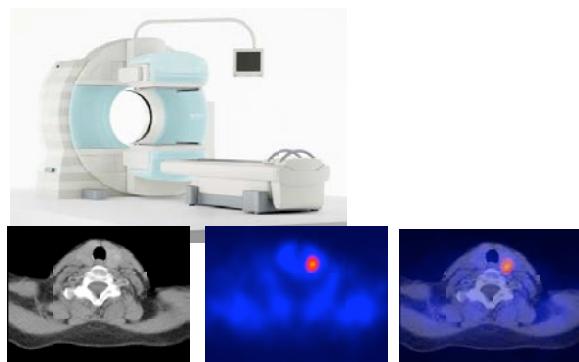


Abbildung 10.7: SPECT/Spiral-CT-Gerät (oben) und Kombination (rechts) zweier Aufnahmen (links: CT, Mitte: SPECT).

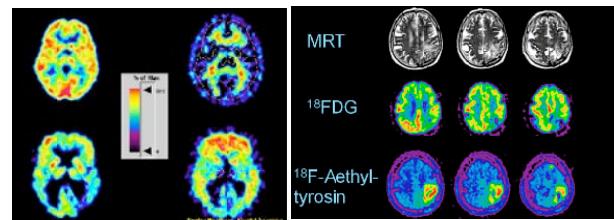


Abbildung 10.8: Links: PET eines gesunden Menschen (oben) und eines Alzheimer-Patienten (unten). Rechts: Kombination der Informationen aus MRI und PET.

Elektronen über eine Koinzidenz-Detektion gemessen. PET wird häufig für die Untersuchung von Gehirnfunktionen verwendet.

Auch hier gibt es Kombinationsgeräte für PET und CT-Aufnahmen. Die Verwendung von MRI-Schnittbildern zusammen mit PET-Bildern wird insbesondere bei Untersuchungen am Gehirn benutzt. Solche Kombinationen sind deshalb wichtig, weil sie wesentlich mehr Informationen liefern als die getrennten Techniken allein: CT liefert keine funktionelle Information, PET hat eine zu niedrige Auflösung und kann keine Strukturen abbilden.

10.1.6 Ultraschall

Ein praktisch ebenfalls sehr wichtiges bildgebendes Verfahren ist die Sonographie (Ultraschall-



Abbildung 10.9: Kombinationsgerät für PET und CT.

Diagnostik). Diese nutzt die Reflexion, Streuung und Absorption von Ultraschall in Gewebe. Ein Ultraschallwandler erzeugt die Ultraschallwelle und detektiert die vom Gewebe erzeugten Echos.



Abbildung 10.10: Beispiele für Ultraschallbilder. Links: 3D-Bild, rechts: konventionelles Ultraschallbild eines Babys.

Die Ultraschall-Diagnostik hat ebenfalls ein sehr weites Anwendungsgebiet; es erstreckt sich von der Schwangerschaft über Gynäkologie und Blutgefäße bis hin zur Herzuntersuchung.

10.1.7 Sonstige Verfahren

Die Abbildung bioelektrischer Quellen des Körpers wird vorwiegend für die Untersuchung von Herz und Hirn benutzt. Dabei werden elektrische wie auch magnetische Signale detektiert. In der Impedanztomographie werden Widerstandsänderungen gemessen.

Die Zielsetzung dieser Verfahren ist vergleichbar mit der von SPECT oder funktioneller MRI, näm-

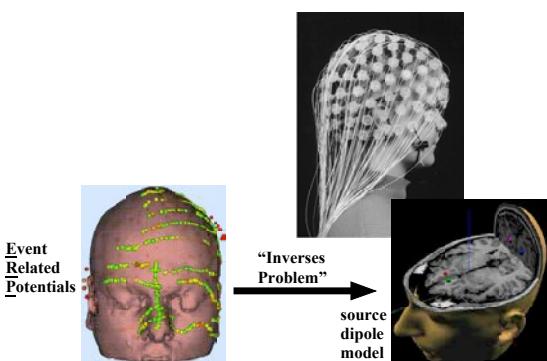


Abbildung 10.11: Messung von Event Related Potentials (ERP) mit Hilfe eines EEG-Geräts und der Rückschluss auf die zugrunde liegenden Stromdipol-Verteilung.

lich die Abbildung funktioneller Abläufe im Körper. Es werden jedoch nicht Stoffwechsel-Prozesse abgebildet, sondern elektrophysiologische Abläufe. So kann man am Herzen zusätzliche Leitungsbahnen, die zu Herzrhythmusstörungen führen, lokalisieren. Diese können dann mit einer RF-Ablation unterbrochen und der Patient so vollständig geheilt werden. Seit kurzem können auch die elektrophysiologischen Auswirkungen eines Herzinfarkts abgebildet werden.

Weiter gibt es die Verfahren Thermographie, optische Tomographie und Endoskopie, welche alle optische Verfahren verwenden.

Für die Bewertung und den Vergleich der einzelnen Methoden gibt es eine Reihe von unterschiedlichen Kriterien, wie z.B. räumliche und zeitliche Auflösung oder die Invasivität. Einige davon sind in Abb. 10.12 zusammengefasst. Invasiv sind Verfahren dann, wenn sie den Körper mit Einschnitten, Substanzen oder ionisierender Strahlung belasten. Dazu gehören chirurgische Eingriffe, wie sie bei den Methoden erforderlich sind, die in Abb. 10.12 rot markiert sind.

10.2 Radioaktivität

Strahlung aus instabilen Kernen (Radioaktivität) ist in unserer Umwelt vorhanden, wird durch die Kern-

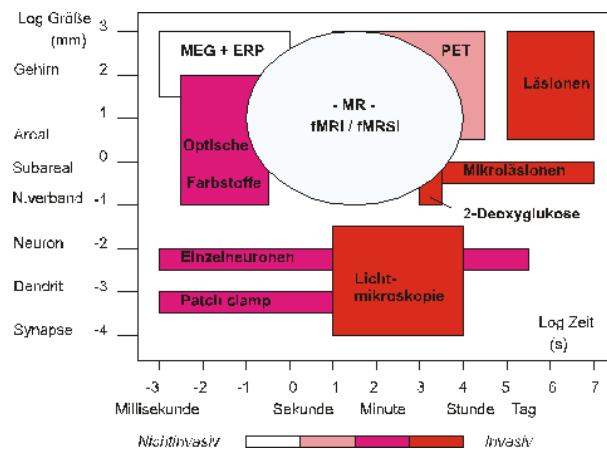


Abbildung 10.12: Vergleich von räumlicher und zeitlicher Auflösung unterschiedlicher Methoden und ihrer Invasivität.

technologie erzeugt, und sie wird in der Medizin für die Diagnose genutzt. Die emittierte Strahlung führt im Gewebe zu Ionisationsprozessen, welche zu Erkrankungen, wie z.B. zu Krebs führen können. Hier werden die physikalischen Grundlagen der Radioaktivität zusammengefasst.

10.2.1 Atomkerne

In der Kernphysik werden die Kerne als Ansammlungen von Protonen und Neutronen untersucht. Die Bestandteile der Nukleonen, die Quarks, werden in der Teilchenphysik beschrieben, zusammen mit den Austauschteilchen (z.B. Gluonen), welche die Quarks zusammenhalten.

Die Atomkerne bestehen aus Protonen (Ladung $+e$) und Neutronen (ungeladen). Beide zusammen werden als Nukleonen bezeichnet. Da ein Atom als ganzes neutral ist, entspricht die Zahl der Protonen gerade der Zahl der Elektronen in der Hülle. Von jedem Element existieren unterschiedliche Isotopen; diese unterscheiden sich durch die Zahl der Neutronen. Die Zahl der Nukleonen wird durch die Massenzahl $A = Z + N$ bezeichnet; Z bezeichnet die Anzahl der Protonen und wird als Kernladungszahl oder Ordnungszahl bezeichnet, während N die Zahl der Neutronen bezeichnet. Man bezeichnet Atomkerne mit

Hilfe von Indizes: ${}_Z^A K_N$, wobei häufig nur die Massenzahl A , teilweise noch die Ordnungszahl Z angegeben wird. K ist das chemische Symbol für das entsprechende Element. Beispiele:

${}_1^1 H$	gewöhnlicher Wasserstoff
${}_1^2 H=D$	schwerer Wasserstoff, Deuterium
${}_6^{12} C$	häufigstes Kohlenstoff-Isotop

Die Massenzahl A gibt in erster Näherung auch an, wie schwer ein Atom ist, und zwar als Vielfaches der Masse des einfachen Wasserstoffatoms.

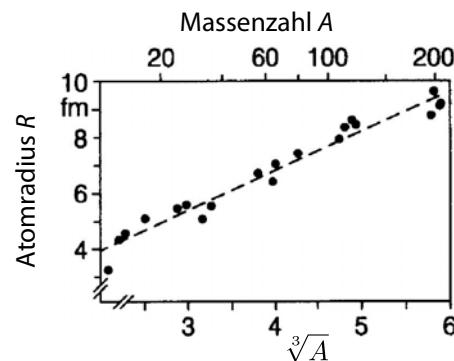


Abbildung 10.13: Radius des Atomkerns als Funktion der Massenzahl.

Die Durchmesser der Atomkerne sind in etwa proportional zur dritten Wurzel aus der Anzahl der enthaltenen Nukleonen (der Massenzahl A). Offenbar nehmen also die Nukleonen ein konstantes Volumen ein. Daraus erhält man einen Nukleonenumfang von $1,2 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ und eine Dichte der Kernmaterie von $2,3 \cdot 10^{17} \text{ kg/m}^3$ oder 230 Mio t pro Kubikzentimeter.

Man trägt die Isotope gerne in einem Raster auf, welcher entlang der beiden Achsen die Anzahl der Protonen und Neutronen enthält. Abb. 10.14 zeigt auch gleichzeitig, dass stabile Kerne nur ein schmales Band im Zentrum der gesamten Verteilung darstellen. Die meisten Kerne sind instabil und zerfallen nach bestimmten Prozessen, welche farblich markiert sind.

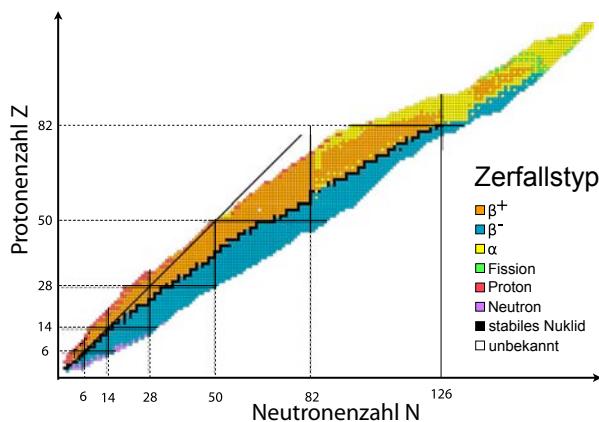


Abbildung 10.14: Nuklidkarte.

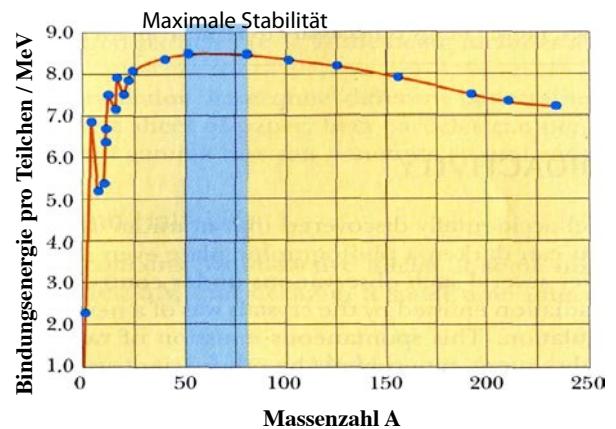


Abbildung 10.15: Bindungsenergie pro Nukleon als Funktion der Atommasse.

10.2.2 Bindungsenergie und Massendefekt

Vergleicht man die Massenzahl der einzelnen Isotopen mit ihrer exakten Masse, so findet man Abweichungen. So ist z.B. die Masse von

$$m(^{16}\text{O}) = 15,99492 \text{ u},$$

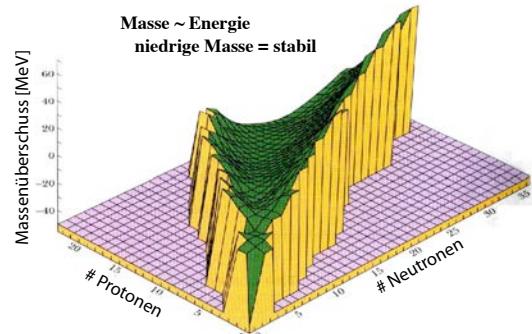
während die Masse der Bestandteile

$$8m_p + 8m_N + 8m_e = 16,13192 \text{ u}$$

beträgt. Die Differenz $\Delta m = 0,137 \text{ u}$ stellt die Bindungsenergie der Nukleonen dar, welche gemäß der Einstein'schen Beziehung $E_b = \Delta m c^2$ beträgt. Die Einheit u der atomaren Massenskala ist definiert als $1/12$ der Masse von ^{12}C .

Die Bindungsenergie, also der Zusammenhalt unter den Nukliden wird vor allem durch die Kernkräfte, die starke Wechselwirkung bestimmt. Diese ist deutlich stärker als die Coulomb-Wechselwirkung, ihre Reichweite ist jedoch sehr kurz. Sie bindet Protonen und Neutronen gleich stark, d.h. sie ist nicht von der elektrischen Ladung abhängig.

Bestimmt man die Bindungsenergie pro Nukleon, so findet man für sämtliche Kerne sehr ähnliche Werte von ca. 8 MeV, wobei sie für leichte Kerne (z.B. ^2H) deutlich niedriger liegt und bei hohen Kernmassen wieder abnimmt. Der Grund für die Abnahme bei hohen Massenzahlen ist vor allem die Coulomb-Abstoßung zwischen den Protonen, welche mit der


 Abbildung 10.16: Massenüberschuss als Funktion von N und Z .

Ordnungszahl zunimmt. Bei kleinen Atommassen ist die Zahl der Wechselwirkungen kleiner.

Die Bindungsenergie hängt aber auch vom Verhältnis Protonen zu Neutronen ab. Bei niedrigen Nukleonzahlzahlen sind diejenigen Kerne am stabilsten, welche etwa gleich viele Neutronen wie Protonen enthalten. Man kann dies anhand eines Schalenmodells analog zum atomaren Schalenmodell erklären. Bei schwereren Kernen nimmt die Anzahl der Neutronen relativ zu der Anzahl Protonen zu, da Neutronen nicht durch die zunehmende Coulomb Wechselwirkung abgestoßen werden. Bei den schwersten Kernen liegt das Verhältnis bei etwa 1,5. Als Beispiel betrachten wir ^{252}Cf : hier ist das Verhältnis $154/98 = 1,57$.

Ober- und unterhalb der Linie der stabilen Nukli-

de liegen instabile Kerne, welche eine begrenzte Lebensdauer besitzen und in die stabilen Nuklide zerfallen. Nuklide, die oberhalb der Stabilitätslinie stehen, also zu viele Protonen enthalten, zerfallen unter Umwandlung eines Protons in ein Neutron; dies geschieht durch Einfangen eines Elektrons aus einer tiefliegenden Schale, resp. Emission eines Positrons (eines Antiteilchens zum Elektron). Kerne unterhalb der Stabilitätslinie zerfallen meist durch Emission eines Elektrons, wodurch ein Neutron in ein Proton umgewandelt wird. Weitere, aber seltene Arten der Radioaktivität sind Emission von Neutronen oder Protonen, Spaltung oder doppelte Emissionsprozesse, wie z.B. der doppelte Betazerfall.

Die Wechselwirkung zwischen den Nukleonen ist spinabhängig: parallele Spins werden stärker gebunden als antiparallele. So ist z.B. Im Deuterium nur die Kombination von Proton und Neutron stabil, bei der die Spins parallel stehen; die antiparallele Kombination ist instabil.

10.2.3 Radioaktive Prozesse

Die Radioaktivität wurde im Jahre 1896 entdeckt, als Becquerel feststellte, dass Uransalze Strahlen aussenden, welche den damals erst entdeckten Röntgenstrahlen sehr ähnlich waren. Eine Reihe weiterer Arbeiten ergaben in der Folge, dass die Kerne unterschiedliche Zerfallsmechanismen aufweisen, welche unter anderem aufgrund der dabei entstehenden hochenergetischen Strahlung unterschieden werden können. Diese instabilen Kerne bilden die Grundlage der Nukleardiagnostik.

Kerne können entweder spontan oder induziert zerfallen. Spontaner Zerfall erfolgt, wenn ein Neutronenüberschuss oder Neutronenmangel in einem Isotop vorhanden ist, oder wenn der Kern schwerer ist als $A = 209$. Induzierter Zerfall erfolgt nach Beschuss des Kerns mit Teilchen, die ihn in eine instabile Modifikation überführen.

Die wichtigsten Arten des radioaktiven Zerfalls werden als α -, β - und γ -Zerfall bezeichnet. Diese werden in den Unterkapiteln 10.2.4-10.2.8 diskutiert.

Die Zerfallsprodukte weisen unterschiedliche Ladungen auf. Deshalb kann man die Zerfallsprozesse

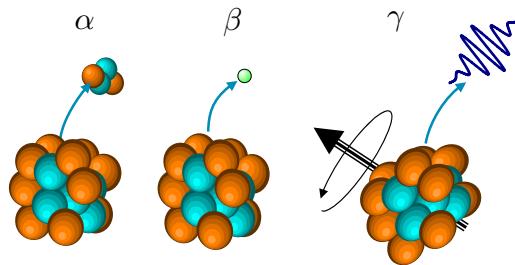


Abbildung 10.17: Arten des radioaktiven Zerfalls.

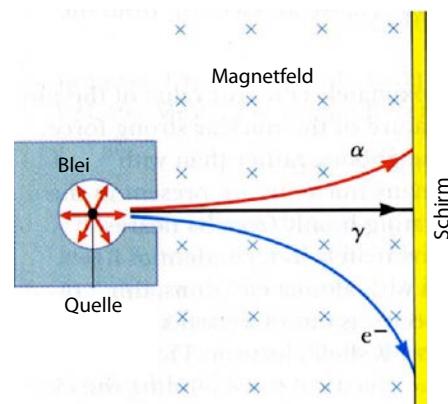


Abbildung 10.18: Bahnen von radioaktiven Teilchen im Magnetfeld.

unterscheiden, indem man die Bahn der Strahlung in einem Magnetfeld misst: beim α -Zerfall wird ein positives Teilchen emittiert, beim β -Zerfall positive oder negative Teilchen, welche um mehr als drei Größenordnungen leichter sind als die α -Teilchen, und beim γ -Zerfall ungeladene, masselose Teilchen (Photonen).

10.2.4 Alpha-Zerfall

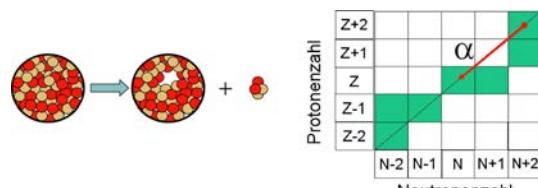


Abbildung 10.19: α -Zerfall.

Beim α -Zerfall emittiert ein Kern positiv geladene

ne Helium-Kerne, welche als α -Teilchen bezeichnet werden. Sie haben eine Ladung von $+2e$. Der zurückbleibende Kern ist entsprechend um 2 Protonen und 2 Neutronen leichter. Solche Zerfälle treten vor allem bei schweren Kernen auf; durch den α -Zerfall wird die Coulomb-Energie des Kerns reduziert.

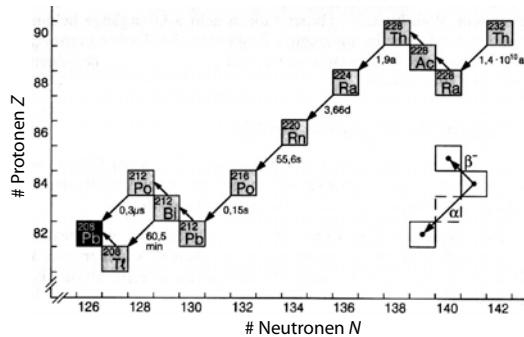
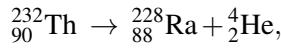


Abbildung 10.20: Thoriumreihe.

Ein typisches Beispiel für α -Zerfälle findet man in der sog. Thoriumreihe. Sie beginnt mit dem Zerfall von ^{232}Th :



wobei die Halbwertszeit für diesen Prozess rund 14 Milliarden Jahre beträgt. Der Radium-Kern wird durch zwei sukzessive β^- -Zerfälle in ${}_{90}^{228}\text{Th}$ umgewandelt, welches durch vier weitere α -Zerfälle in ${}_{82}^{212}\text{Pb}$ übergeht. Dieses wandelt sich schließlich in das stabile Isotop ${}_{82}^{208}\text{Pb}$ um.

α -Teilchen haben eine starke Wechselwirkung mit Materie wie z.B. Gewebe. Sie verlieren ihre Energie durch Stöße mit den Hüllenelektronen im Material. Dabei werden jeweils Ionenpaare erzeugt, wobei für jedes erzeugt Ionenpaar eine Energie von ca. 35 eV benötigt wird. Das α -Teilchen wird um diese Energie abgebremst und kommt zur Ruhe wenn alle kinetische Energie aufgebraucht ist. Deshalb ist ihre mittlere Reichweite relativ gering. In der Medizin werden sie deshalb für therapeutische Zwecke eingesetzt, aber nicht für die Diagnose.

10.2.5 Reichweite

Das Experiment zeigt, dass alle α -Teilchen aus einem radioaktiven Zerfallsprozess die gleiche Reich-

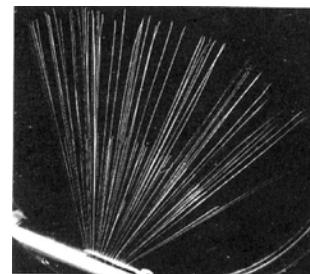


Abbildung 10.21: Bahnen von α -Teilchen.

weite besitzen, d.h. ihre Bahnen haben die gleiche Länge. In Abb. 10.21 sind 2 Arten von Bahnen sichtbar, welche zu zwei unterschiedlichen Zerfallsprozessen mit unterschiedlichen Energien gehören.

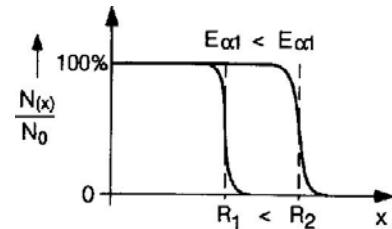


Abbildung 10.22: Abnahme der Teilchenzahl mit der Distanz für zwei unterschiedliche Energien.

Die identische Länge der Bahnen ist ein Hinweis darauf, dass die Teilchen, die bei einem gegebenen Zerfallsprozess entstehen, die gleiche Energie besitzen. Dies wiederum ist eine direkte Konsequenz davon, dass bei diesem Zerfall nur zwei Produkte entstehen. Da der Zerfall sowohl Energie wie auch Impuls erhalten muss, ist die Geschwindigkeit der beiden Zerfallsprodukte fest. Die Teilchen fliegen anschließend so lange durch ein Material, bis sie die gesamte Energie durch Stöße verloren haben.

In Luft beträgt die Reichweite für eine Anfangsenergie von 2 MeV ca. 1 cm. In dichten Materialien ist sie entsprechend geringer.

10.2.6 Energie

α -Zerfälle sind meist energetisch günstiger als die Emission von Neutronen oder Protonen, welche

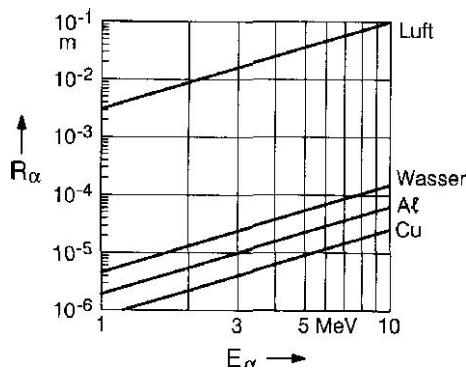


Abbildung 10.23: Reichweite als Funktion der Anfangsenergie in unterschiedlichen Medien.

ebenfalls die Anzahl Nukleonen vermindern würden, weil die Bindungsenergie der Nukleonen in $^{4}_{2}\text{He}$ besonders groß ist, nämlich rund 7 MeV pro Nukleon. Der Grund dafür ist, dass 2 Nukleonen pro Typ eine sogenannte magische Zahl darstellen: ähnlich wie beim Atom sind werden die Nukleonen im Kern in Schalen eingeordnet. Die erste Schale enthält pro Nukleonensorte gerade 2 Plätze.

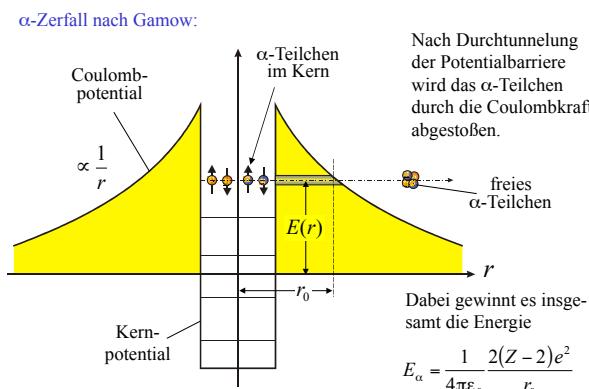


Abbildung 10.24: Modell für den α -Zerfall nach Gamov.

Die Energie der α -Teilchen kann mit Hilfe des Modells von Gamov für den α -Zerfall erklärt werden: Die α -Teilchen sind im Kern in einem Potentialtopf gefangen. Liegt ihre Energie oberhalb der Energie der freien Teilchen, ist der Kern instabil und die α -Teilchen können ihn verlassen, indem sie durch die

Barriere hindurch tunneln, welche durch die starke Wechselwirkung gebildet wird.

Nach diesem Modell ist die kinetische Energie der α -Teilchen gegeben durch die Coulomb-Abstoßung zwischen dem Tochterkern und dem α -Teilchen: Wenn es im Abstand r_0 den Tunnel verlässt sei es zunächst in Ruhe und gewinnt dann kinetische Energie aus der Coulomb-Abstoßung. Somit beträgt die resultierende Energie

$$\mathcal{E}_\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2(Z-2)e^2}{r_0}$$

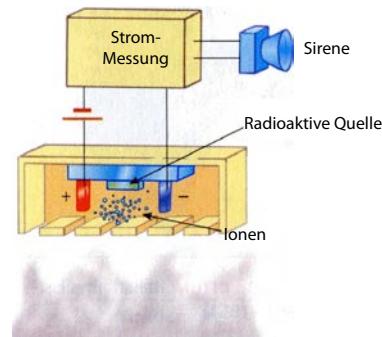
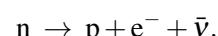


Abbildung 10.25: Funktionsprinzip eines Rauchmelders.

Neben den medizinischen Anwendungen wurden α -Strahler auch in Rauchmeldern verwendet: eine radioaktive Quelle erzeugt elektrische geladene Luftmoleküle, welche einen Strom leiten. Gelangt Rauch in dieses System, ändert sich die Anzahl der geladenen Teilchen und damit der Strom.

10.2.7 β -Zerfall

β -Teilchen sind Elektronen (β^-), resp. Positronen (β^+). Der Kern enthält keine Elektronen; sie entstehen statt dessen durch den Zerfall eines Neutrons in ein Proton. Ein freies Neutron ist nicht stabil, es zerfällt mit einer Halbwertszeit von 10,7 Minuten in ein Proton, ein Elektron und ein Antineutrino,



Das letztere Teilchen ist nur schwer beobachtbar und soll hier nicht mehr weiter diskutiert werden. Es

spielt trotzdem eine wichtige Rolle: da es einen Teil der Energie und des Impulses aufnimmt und dadurch die Energie des Zerfalls auf drei Körper verteilt wird, haben die Elektronen, die in einem gegebenen Zerfallsprozess emittiert werden, eine breite Verteilung von Energie und Impuls.

In einem Kern ist der Zerfall des Neutrons stark unterdrückt, in den stabilen Kernen findet er gar nicht statt. Er tritt jedoch dann auf, wenn der Kern insgesamt dadurch eine niedrigere Energie erreicht. Dabei bleibt die Massenzahl des Kerns gleich, aber die Kernladungszahl steigt:

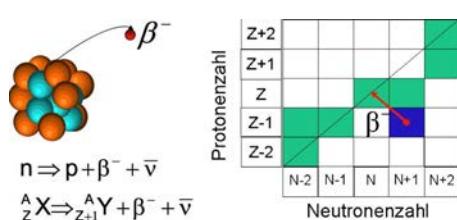


Abbildung 10.26: β^- -Zerfall.

Dies ist der Fall, wenn das Isotop sich unter-, resp. oberhalb der Stabilitätslinie befindet.

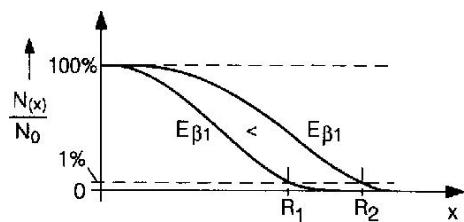


Abbildung 10.27: Distanzabhängigkeit der Zahl von β -Teilchen.

Die Reichweite von β -Strahlen ist etwas größer als die von α -Strahlen. Sie ist außerdem nicht so scharf begrenzt; auch monoenergetische Strahlen verlieren von Anfang an Intensität. Da β -Strahlen nicht monoenergetisch sind, kann ihre Intensitätsabnahme näherungsweise als exponentiell beschrieben werden.

Auch β -Teilchen haben eine relativ kurze Weglänge und sind deshalb eher für die Therapie als für die Diagnose interessant. β^+ -Strahler werden für die

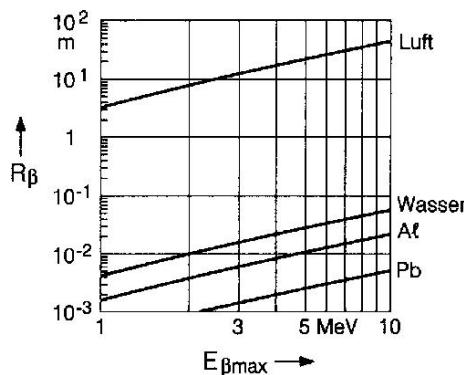


Abbildung 10.28: Reichweite von β -Teilchen in unterschiedlichen Medien.

Diagnose verwendet (PET); hier werden die Positronen im Gewebe absorbiert und die dabei frei werdenen γ -Quanten werden detektiert (\rightarrow 13.3.4).

10.2.8 γ -Zerfall

γ -Teilchen sind Photonen, also elektromagnetische Strahlung mit sehr kurzen Wellenlängen im Bereich $< 1 \text{ nm}$. Physikalisch unterscheidet sie sich nicht von kurzwelliger Röntgenstrahlung. Man spricht jedoch meist von γ -Strahlung wenn sie von radioaktiven Zerfallsprozessen erzeugt wird, und von harter Röntgenstrahlung, wenn sie durch schnelle Elektronen erzeugt wird.

γ -Teilchen werden von Kernen emittiert, welche von einem angeregten Zustand in einen energetisch niedrigeren Zustand übergehen – in direkter Analogie zur Emission von sichtbarem Licht durch Atome, in denen ein Elektron von einem energetisch hoch gelegenen Orbital in ein energetisch niedrigeres Orbital übergeht. Solche Übergänge finden häufig im Anschluss an einen α oder β -Zerfall statt.

Ein Beispiel ist der Zerfall von Radon 220: durch Emission eines α -Teilchens geht dieser Kern in einen angeregten Zustand von Polonium 216 über, welcher durch γ -Emission in den Grundzustand übergeht. Ein anderes Beispiel ist ^{137}Cs , welches durch β^- -Zerfall in ^{137m}Ba übergeht, welches wiederum durch γ -Zerfall in den Grundzustand von ^{137}Ba übergeht.

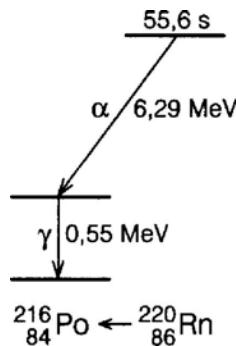
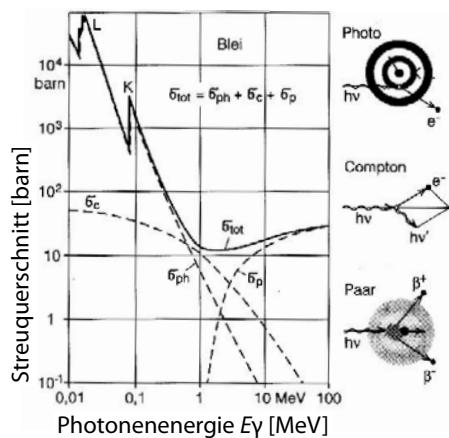


Abbildung 10.29: γ -Zerfall von ^{220}Rn zu ^{216}Po .



γ -Strahlen haben eine größere Reichweite in Materie als die geladenen Teilchen. In diesem Fall tragen unterschiedliche Mechanismen zur Abbremsung bei: der Photoeffekt, der Compton-Effekt, sowie die Paarerzeugung. Der Photoeffekt und der Compton-Effekt sind bei niedriger Energie am effektivsten. Der Photoeffekt nimmt sehr rasch ab, während der Compton-Effekt unterhalb von ca. 1 MeV beinahe konstant ist. Etwas oberhalb von 1 MeV setzt Paarerzeugung ein: in der Nähe eines Kerns kann ein hochenergetisches Photon ein β^- - β^+ Paar erzeugen. Da die Ruheenergie eines Elektrons 0.511 MeV beträgt ist dieser Beitrag unterhalb 1 MeV nicht vorhanden. Der Atomkern ist für die Paarbildung notwendig, da sonst die Impulserhaltung nicht gewährleistet wäre. Diese Mechanismen werden in Kapitel 11 genauer

diskutiert.

Der K-Einfang kann als eine vierte Art radioaktiven Zerfalls betrachtet werden, oder als ein besonderer Fall des β -Zerfalls, bei dem ein Hüllelektron der inneren Schalen durch den Kern "eingefangen" wird. Dadurch wird ein Proton in ein Neutron umgewandelt, die Kernladungszahl wird also um eine Einheit niedriger. Die frei gewordene Position des Elektrons in der K -Schale wird durch ein energetisch höheres Elektron besetzt, welches die überschüssige Energie wieder als Photon abgibt. Dabei wird eine charakteristische Strahlung ausgesendet.

In der nuklearmedizinischen Diagnostik wird vor allem γ -Strahlung verwendet. Dies kann aus einem γ -Zerfall stammen, aus Vernichtungsstrahlung oder K-Einfang. Bei α - und β -Strahlung ist die Reichweite zu gering, so dass die Strahlung vor allem innerhalb des Körpers absorbiert wird. Diese Strahlenbelastung ist erwünscht bei der Nukleartherapie (z.B. Brachytherapie), aber nicht bei der Diagnostik.

10.2.9 Zeitabhängigkeit

Eine Eigenschaft, die allen radioaktiven Zerfällen gefunden wird, ist dass der Zeitpunkt, in dem der Zerfall eintritt, scheinbar rein zufällig ist - er kann nicht vorhergesagt werden. Man kann zu jedem Zeitpunkt nur angeben, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass der betreffende Kern innerhalb der nächsten zeitlichen Periode zerfällt. Die Wahrscheinlichkeit selber ist zeitlich konstant, d.h. Die Zahl N der Kerne eines Isotops nimmt ab nach der statistischen Bewegungsgleichung

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N = -\frac{N}{\tau}.$$

τ bezeichnet die Zerfallszeit, welche gerade gleich der mittleren Lebensdauer der Kerne ist und λ die Zerfallsrate. Beginnt man eine Messung mit einer Anzahl N_0 von Kernen eines bestimmten Isotops, so nimmt diese wie

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau} = N_0 e^{-\lambda t}$$

ab. Anstelle der mittleren Lebensdauer τ verwendet man auch gerne die Halbwertszeit $T_{1/2}$, während der

die Anzahl der Kerne auf die Hälfte des Anfangswertes abnimmt,

$$N(T_{1/2}) = \frac{N_0}{2} \quad \rightarrow \quad e^{-T_{1/2}/\tau} = \frac{1}{2}.$$

Offenbar gilt

$$T_{1/2} = \tau \ln 2 \approx 0,693 \tau.$$

Wenn Isotope zerfallen, werden andere als Produkte neu gebildet. Die Konzentrationen können deshalb nicht nur ab-, sondern auch zunehmen. Man hat somit normalerweise ein System von gekoppelten Differentialgleichungen, z.B. für eine Reihe aus drei Isotopen

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dt} &= -\lambda_1 N_1 \\ \frac{dN_2}{dt} &= \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \\ \frac{dN_3}{dt} &= \lambda_2 N_2. \end{aligned}$$

Hier stellt N_1 die Anzahl der Atome des Mutterisotops dar, N_2 ein instabiles Tochterisotop von N_1 und N_3 ein stabiles Isotop. Die Gesamtzahl der Kerne ist in diesem Fall konstant,

$$\frac{d}{dt} \sum_{i=1}^3 N_i = 0.$$

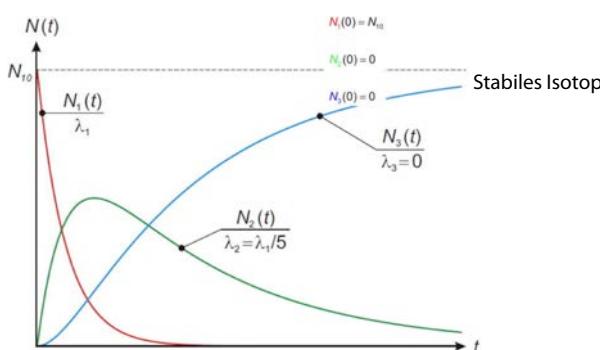


Abbildung 10.31: Zeitliche Abhängigkeit der Konzentration von drei Isotopen.

10.2.10 Aktivität

Die **Aktivität** $A(t)$ einer Menge radioaktiven Materials ist definiert als die Anzahl Zerfälle pro Zeiteinheit, also

$$A(t) := -\frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t}.$$

Sie wird gemessen in Becquerel [Bq]. In der Literatur (vor allem in älteren Arbeiten) wird außerdem die Einheit Curie (Ci) verwendet. 1 Ci = $3,7 \cdot 10^{10}$ Bq. Als Beispiel berechnen wir die Aktivität von 1 g ^{226}Ra . Eine Menge von 1 g entspricht

$$N = \frac{1 \text{ g}}{226 \cdot 1,7 \cdot 10^{-24} \text{ g}} = 2,6 \cdot 10^{21}$$

Atomen. Diese haben eine Aktivität

$$\begin{aligned} A &= \frac{0,69 \cdot 2,6 \cdot 10^{21}}{1602 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} \text{ Bq} \\ &\approx 3,6 \cdot 10^{10} \text{ Bq} \approx 1 \text{ Ci}. \end{aligned}$$

1 Curie wurde ursprünglich als die Aktivität von 1 g Radium-226 definiert.

Die Aktivität einer bestimmte Masse ergibt sich aus der Zerfallszeit und dem Atomgewicht m_A . Sie wird als spezifische Aktivität A_s bezeichnet und hat die Einheit Bq/kg. Als Beispiel berechnen wir die spezifische Aktivität von ^{131}I :

$$\begin{aligned} A_s(^{131}\text{I}) &= \frac{0,69}{8 \cdot 24 \cdot 3600} \frac{1}{131 \cdot 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} \text{ Bq} \\ &= 4,5 \cdot 10^{18} \frac{\text{Bq}}{\text{kg}}. \end{aligned}$$

Isotop	Halbwertszeit	spez. Aktivität [Bq/kg]
^{131}I	8 Tage	$4,5 \cdot 10^{18}$
^{137}Cs	30 Jahre	$3,3 \cdot 10^{15}$
^{235}U	$7 \cdot 10^8$ Jahre	$8 \cdot 10^7$

Bei Isotopengemischen (z.B. natürliche Verteilung) muss die spezifische Aktivität entsprechend der Zusammensetzung gewichtet werden.

Typische Aktivitäten in der nuklearmedizinischen Diagnostik sind zwischen 100 und 1000 MBq, d.h.

$10^8 - 10^9$ Zerfälle pro Sekunde. Die entsprechende Anzahl an radioaktiven Atomen, $N = A/\lambda$, ergibt sich aus der Lebensdauer, $N = T_{1/2}/\ln 2$: Beträgt diese z.B. 1000 s, so benötigt man für eine Aktivität von 100 MBq

$$N = \frac{10^3 \text{ s}}{\ln 2} 10^8 \text{ s}^{-1} \approx 1,4 \cdot 10^{11}$$

Atome.

10.2.11 Statistik

Der radioaktive Zerfall ist ein primärer Zufallsprozess, d.h. man kann nur die Wahrscheinlichkeit angeben, dass in einem gegebenen Intervall ein Zerfall auftritt. Sie beträgt

$$p = 1 - e^{-\lambda t}.$$

Für ein einzelnes Atom gibt es nur zwei Möglichkeiten: es zerfällt, oder es zerfällt nicht. Für eine endliche Zahl N von Atomen gibt es $N+1$ unterschiedliche Resultate, welche der Anzahl der Zerfälle entsprechen. Dabei ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einem gegebenen Intervall n von ursprünglich N Atomen zerfallen, durch die Binomialverteilung gegeben:

$$P(n|N) = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n (1-p)^{N-n}.$$

Hier steht $1 - p = e^{-\lambda t}$ für die Wahrscheinlichkeit, dass ein Atom nicht zerfällt. Meist ist die Zahl der Atome genügend groß, $N \gg 1$, so dass man an Stelle der Binomialverteilung die Poisson-Verteilung verwenden kann:

$$p(n;k) = e^{-k} \frac{k^n}{n!}.$$

Hier stellt k den Erwartungswert dar, d.h. die mittlere Zahl von Zerfällen über das Messintervall, und N die effektiv gemessene Zahl von Zerfällen. Bei k Zerfällen beträgt die Breite der Verteilung, also die Unsicherheit \sqrt{k} . Da man einzelne Zerfälle zählt, ist die minimal notwendige Aktivität dadurch bestimmt, dass auf dem Detektor genügend Photonen eintreffen und die relative Unsicherheit, \sqrt{k}/k

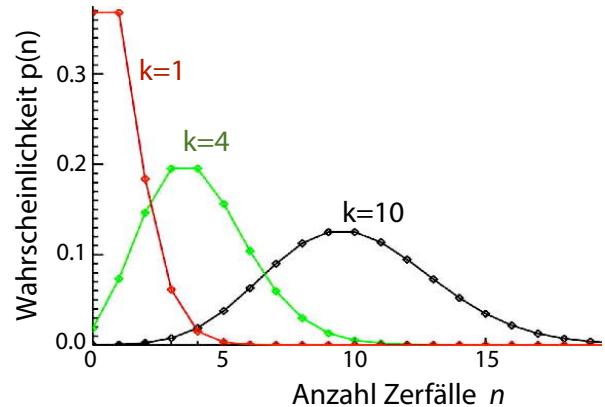


Abbildung 10.32: Poisson Statistik

$= 1/\sqrt{k}$ genügend klein wird. Um die Strahlenbelastung für den Patienten nicht unnötig erhöhen zu müssen, sollte man deshalb aus einem möglichst großen Anteil der Zerfälle ein Signal gewinnen. Dies bedeutet insbesondere auch, dass die verwendeten Elemente möglichst wenig andere Zerfallskanäle aufweisen sollten, welche nicht zum Signal beitragen. In der Diagnostik bedeutet das vor allem, dass es reine γ -Strahler sein sollten (für SPECT), respektive β^+ -Strahler (für PET).

10.2.12 Natürliche Radioaktivität im Körper

Radioaktive Elemente kommen in der Natur vor und werden auch vom Körper aufgenommen. Dazu gehören z.B. ^{14}C und ^{40}K . ^{14}C wird in der Atmosphäre durch die Höhenstrahlung gebildet, während ^{40}K bei der Entstehung der Erde schon vorhanden war und wegen der langen Lebensdauer von etwa 1,3 Mia Jahren noch vorhanden ist. Seine natürliche Häufigkeit liegt heute bei $1,2 \cdot 10^{-4}$.

Der Körper enthält etwa 2 g Kalium pro kg Körpergewicht, insgesamt also etwa 160 g. Davon sind

$$m_{40} \approx 1,2 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \text{ g} \approx 19 \text{ mg}$$

radioaktiv. Die entspricht

$$n_{40} = \frac{m_{40}}{40} N_A \approx \frac{1,9 \cdot 10^{-2}}{40} 6 \cdot 10^{23} \approx 2,8 \cdot 10^{20}$$

Isotop 39	93,26%	stabil
Isotop 40	0.012%	β^- - Zerfall $T_{1/2} = 1.3 \times 10^9$ a
Isotop 41	6,73%	stabil

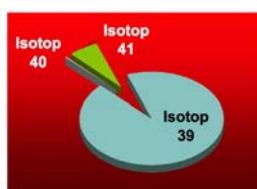


Abbildung 10.33: Die wichtigsten Isotope von Kalium.

radioaktiven ^{40}K Atomen. Bei einer mittleren Zerfallszeit von $1,3 \cdot 10^9$ Jahren entspricht dies einer Aktivität von

$$A = \frac{N}{\tau} = N \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = N \frac{0,7 \cdot 2,8 \cdot 10^{20}}{1,3 \cdot 10^9 \text{ a} \cdot 3,2 \cdot 10^7 \text{ s/a}}$$

$$\approx 4700 \text{ s}^{-1} = 4700 \text{ Bq}.$$

Insgesamt enthält ein Erwachsener eine Aktivität von etwa 7000 Bq, also deutlich weniger als was bei typischen Diagnose-Verfahren eingesetzt wird.

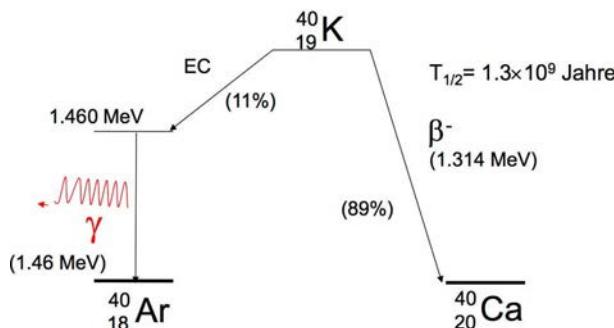


Abbildung 10.34: Zerfallsprozesse von ^{40}K .

Nicht alle ^{40}K Atome zerfallen nach dem gleichen Prozess: ein Anteil von 11 % fängt ein Elektron ein und wandelt sich so in ^{40m}Ar um, welches wiederum durch Emission eines Photons von 1,46 MeV in den Grundzustand übergeht. Der größere Anteil (89 %) geht durch β^- -Emission in ^{40}Ca über.

10.3 Endoskopie

Literatur zu diesem Kapitel:

- Dössel, Bildgebende Verfahren in der Medizin, Kap. 12

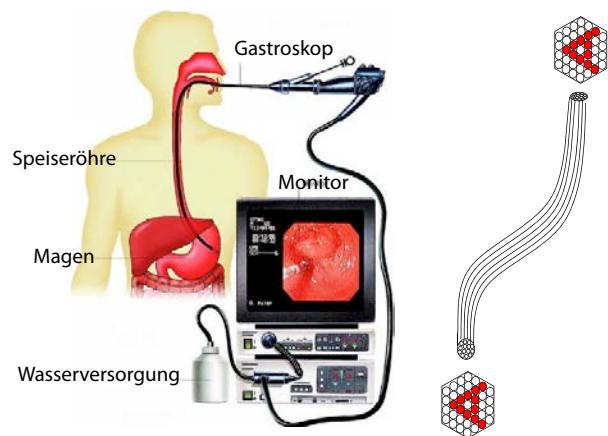


Abbildung 10.35: Endoskopie.

Endoskopie bedeutet: den Körper von Innen betrachten. Der Ausdruck steht für eine Reihe von Methoden, die sich auf unterschiedliche Weise optischen Zugang zum Innern des Körpers beschaffen - entweder durch natürliche Körperöffnungen (Speiseröhre, Luftröhre, Enddarm) oder durch kleine Schnitte (z.B. am Knie für Arthroskopie oder am Bauch für Laparoskopie). Zur Beleuchtung wird Licht zugeführt und das Bild wird über ein Bündel von Glasfasern oder als Videosignal wieder herausgeführt.

10.3.1 Linsen-Endoskope

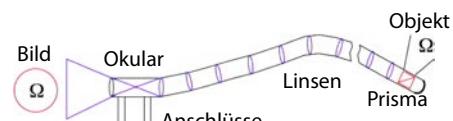


Abbildung 10.36: Linsen-Endoskop.

Linsenendoskope bestehen aus einer Kette von Linsen.

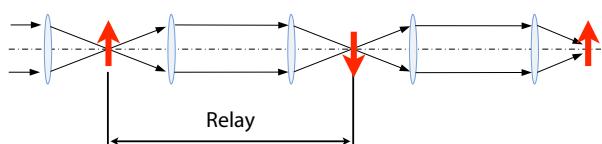


Abbildung 10.37: Relaysystem eines Linsen-Endoskops.

Die einzelnen Sektionen verlängern dabei das optische Rohr, indem sie das Objekt jeweils im Maßstab 1:1 abbilden. Sie werden als Relaysysteme bezeichnet. Die Abstände zwischen den Linsen und ihre Brennweiten sind durch ihren Durchmesser, die numerische Apertur und die Brennweite bestimmt.

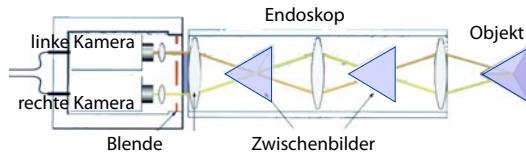


Abbildung 10.38: Stereoskopisches Linsen-Endoskop.

Für eine bessere Tiefendarstellung kann das Bildsystem stereoskopisch aufgebaut werden, wie in Abb. 10.38 gezeigt.

10.3.2 Faser-Endoskope

Da es schwierig ist, Linsenendoskope mit mehr als 5 Segmenten zu bauen, verwendet man häufiger Faser-Endoskope.

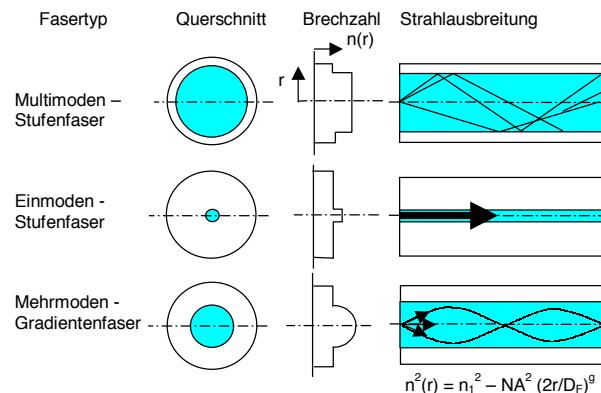


Abbildung 10.39: Unterschiedliche Arten von optischen Fasern.

Grundsätzlich ist es möglich, das Bild mit einer einzelnen Faser zu transportieren, sofern der Brechungsindex radial parabolisch abnimmt. Diese Art von Fasern wird als "Gradient Index Lens" bezeichnet. Sie erzeugt nach einer festen Länge ein Bild. Allerdings ist die Bildqualität dieser Systeme in der

Praxis nicht genügend. Statt dessen wird jeder einzelne Bildpunkt durch eine Single-Mode Faser transportiert. In diesen Fasern ist der Querschnitt des lichtleitenden Kerns so klein, dass darin nur für eine einzelne optische Mode Platz ist.

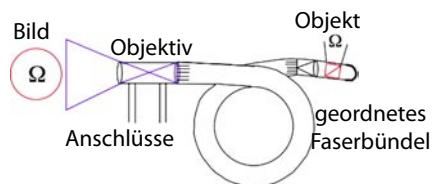


Abbildung 10.40: Faser-Endoskop.

Bei Faser-Endoskopen führen Lichtleitfasern das Licht über Totalreflexion. Die Grundlagen der Lichtleitung in Glasfasern wurden im Teil I, Kapitel 9.2.10 behandelt.

Typische Fasern für den Beleuchtungskanal eines Endoskops haben einen Querschnitt von $\approx 30 \mu\text{m}$, und man verwendet ein Bündel aus 5000-7000 Fasern.

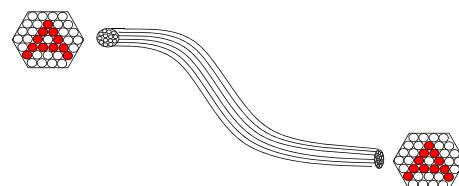


Abbildung 10.41: Kohärentes Faserbündel.

Für die Bildübertragung liegt der Querschnitt bei $7 - 10 \mu\text{m}$, und man verwendet bis zu 40000 Fasern. Die Schwierigkeit liegt hier vor allem darin, ein kohärentes Faserbündel zu haben, d.h. die Fasern müssen an beiden Enden gleich angeordnet sein.

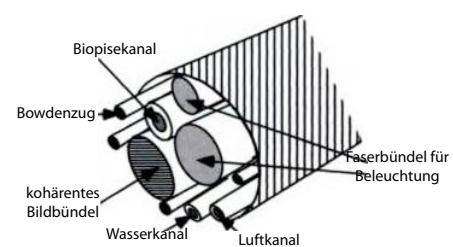


Abbildung 10.42: Spitze eines Endoskops.

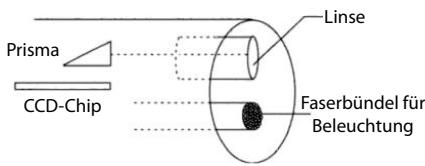


Abbildung 10.43: Spitze eines Video-Endoskops.

Anstelle von optischer Auskopplung des Bildes kann auch eine miniaturisierte Videokamera eingebaut und das Bild als Videosignal herausgeführt werden. Dafür werden CCD Chips mit einer Fläche von 5 mm × 6 mm verwendet, mit Pixelgrößen von etwa 7 µm × 7 µm.

10.3.3 Anwendungen

Bronchoskopie	Luftröhre und Bronchien
Oesophagoskopie	Speiseröhre
Gastroskopie	Magen
Duodenoskopie	Zwölffingerdarm
Cholangioskopie	Gallenwege
Enteroskopie	Illeum (Teil des Dünndarms)
Koloskopie	Enddarm
Sigmoidoskopie	Solon sigmaeum (Teil des Enddarms)
Arthroskopie	Gelenkhöhlen
Ohr-Endoskopie	Ohr
Rhino-Endoskopie	Nase und Rachen
Antroskopie	Nasen-Nebenhöhlen
Thorakoskopie	Lunge und Brusthöhle
Laparoskopie	Bauchhöhle
Pelvikoskopie	Bauchraum oft mit gynäkologische Fragestellung
Vaginaskopie	Vagina
Angioskopie	Gefäße

Abbildung 10.44: Anwendungen der Endoskopie.

Das Endoskop liefert visuelle Evidenz für Problemzonen, wie z.B. Ulzeration und Entzündungen, karzinogene Gewebeteile, etc. Endoskope werden benutzt um lokal Gewebeproben zu nehmen und eventuelle Polypen zu entfernen. Endoskopie unterstützt minimalinvasive Chirurgie, liefert Filme von inneren Organen und ermöglicht die lokale Anwendung pharmazeutischer Produkte. Je nach Untersuchungsobjekt benutzt man für die Einführung des Instruments in den Körper eine natürlich Körperöffnung wie den Mund, oder es wird eine künstliche Körperöffnung geschaffen, wie bei der Arthroskopie, welche vor allem zur Abbildung der Anatomie und Erkrankungen am Kniegelenk (Knie OP) und am Me-

niskus verwendet wird. Endoskope, die mit chirurgischen Instrumenten ausgestattet sind, werden in der Laparoskopie verwendet, welche auch als Videochirurgie, Knopflochchirurgie oder minimalinvasive Chirurgie bezeichnet wird.

Wellenlänge [nm]	Optische Eindringtiefe [mm]
400	<1
514	0.5-2
630	1-6
700-800	5-10

Langwelliges Licht, also rotes Licht, wird weniger stark gestreut als Licht mit kurzer Wellenlänge und dringt deshalb weiter ins Gewebe ein. Über die Wahl des Lichtes ist es somit möglich, unterschiedliche Gewebetiefen abzubilden.



Abbildung 10.45: Kapsel-Endoskop.

Endoskope können auch als autonome Systeme genutzt werden, welche in der Form von Kapseln verschluckt werden, um auf diese Weise das Innere des Verdauungskanals zu untersuchen. Dies wird vor allem für die Untersuchung des Dünndarms genutzt, der sonst nicht zugänglich ist.

Zu den wichtigsten Qualitätskriterien gehören die optischen Eigenschaften (Zahl der Bildpunkte, Fokusbereich, Farbwiedergabe und Ausleuchtung), die mechanischen Eigenschaften (Schaftdurchmesser, Flexibilität des Schaftes und Bewegungsmöglichkeit der Spitze), sowie die Desinfizierbarkeit.

10.3.4 Historische Entwicklung

400 v.Chr.: Hippokrates beobachtet Darmausgang mit Spekulum

1795-1806: P. Bozzini: Beleuchtungsapparat (Kerzenlichtleiter) für Gebärmutterhalsuntersuchungen. Diese und folgende Geräte, bis 1932, waren starr.

1868: A. Kussmaul Gastroskopie (Magenspiegelung)

1922: R. Schindler: erstes starres Gastroskop

1932: G. Wolf: erstes halbflexibles Gastroskop

1958: Basil Hiroshowitz: erstmalige Bildübertragung mit Faserbündeln

1987: Videoendoskop

1990: Stereo-Endoskopie

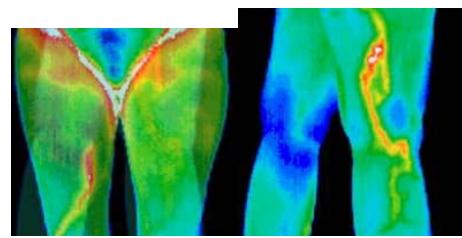


Abbildung 10.47: Entzündete Blutgefäße.

Erkrankte Blutgefäße können auch im Thermographie-Bild erkannt werden, Fehlfunktionen der Schilddrüse, oder Knochenbrüche. Reduzierte Wärmeabstrahlung kann auf Durchblutungsstörungen hinweisen.

Die gesamte emittierte Strahlungsleistung Φ wird in Watt gemessen. Die Strahlungsleistung Φ , welche von einem Flächenelement dA in einen bestimmten Raumwinkel $d\Omega$ abgestrahlt wird, wird als Strahlungsdichte L bezeichnet:

$$L = \frac{d^2\Phi}{dA d\Omega}; \quad [L] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{srad}}.$$

Hier wurde angenommen, dass die Abstrahlung senkrecht zum Flächenelement dA erfolgt.

10.4 Thermographie

Literatur zu diesem Kapitel:

- Dössel, Bildgebende Verfahren in der Medizin, Kap. 8

10.4.1 Grundlagen und Definitionen

Die Thermographie misst die Infrarotstrahlung, welche von jedem warmen Gegenstand emittiert wird.

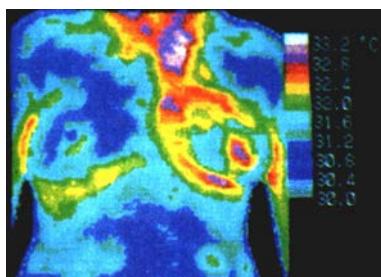


Abbildung 10.46: Thermographisches Brustbild.

In der Medizin wird die Methode in erster Linie verwendet, um lokale Entzündungsherde zu erkennen. Lokal erhöhte Temperaturen können auch darauf hinweisen, dass in diesem Bereich Krebszellen gebildet werden. Die Wärmeerzeugung und Abstrahlung eines gesunden Körpers ist relativ symmetrisch. Abweichungen von dieser Symmetrie können deshalb auf Erkrankungen hinweisen, wie im Beispiel von Abb. 10.46.

10.4.2 Schwarzer Körper

Der Begriff "schwarzer Körper" wurde 1862 von Gustav Kirchhoff geprägt. Ein gutes Modell eines schwarzen Körpers ist ein Hohlraum, der innen schwarz gestrichen ist. Befindet sich in dieser Außenwand ein kleines Loch, so wird alles Licht, das dort hineinfällt, vollständig absorbiert.

Würde der Körper die Strahlung nur absorbieren, so würde er sich kontinuierlich aufheizen. Aus der Thermodynamik ist aber bekannt, dass sich die Temperatur von verschiedenen Körpern, die miteinander in Kontakt sind (auch nur über Wärmestrahlung) angleicht.

Somit muss ein Körper, welcher alle Wellenlängen absorbiert, auch alle Wellenlängen abstrahlen, und zwar umso stärker, je höher die Temperatur ist. Ein Körper, der bei einer bestimmten Wellenlänge gut absorbiert, emittiert bei dieser Wellenlänge auch stark.

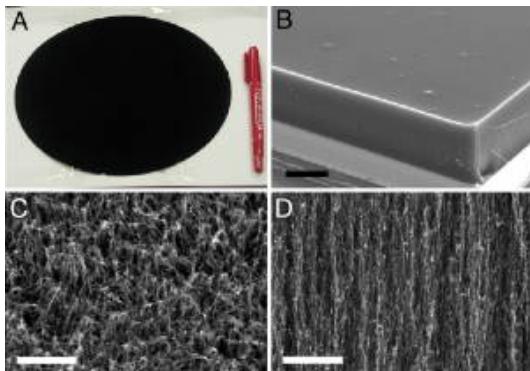


Abbildung 10.48: Fast idealer Absorber aus stehenden Kohlenstoff-Nanoröhrchen (PNAS 106, 6044 (2009)).

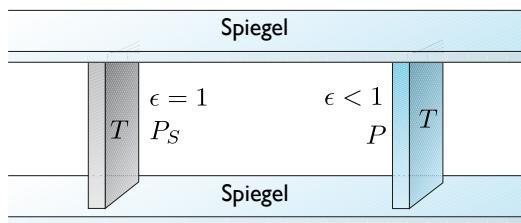


Abbildung 10.49: Gleichgewicht zwischen thermischen Strahlern.

Die gesamte Strahlungsleistung, die ein idealer schwarzer Körper mit Oberfläche A emittiert, beträgt

$$P = A \sigma T^4 \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}.$$

Hier stellt σ die Stefan-Boltzmann Konstante dar, A die strahlende Fläche und T die Temperatur des Körpers.

10.4.3 Graue und farbige Körper

Ein realer Körper absorbiert Strahlung, die auf ihn einfällt, nicht vollständig, sondern nur zu einem Bruchteil

$$\varepsilon_{abs}(\lambda) = \frac{P_{abs}(\lambda, T)}{P_{einf}(\lambda, T)}, \quad 0 < \varepsilon_{abs} < 1;$$

mit P_{abs} als absorbierte Leistung und P_{einf} als einfalende Leistung. Dieser Anteil wird als Absorptivität bezeichnet. Der restliche Anteil wird reflektiert oder gestreut.

Die Emissivität oder der Emissionsgrad

$$\varepsilon_{em}(\lambda) = \frac{L_\lambda(\lambda, T)}{L_{\lambda S}(\lambda, T)}$$

bezeichnet die Strahlungsdichte $L_\lambda(\lambda, T)$, welche der Körper abgibt, normiert auf den Wert $L_{\lambda S}(\lambda, T)$ des idealen schwarzen Körpers. Absorptivität und Emissionsgrad müssen identisch sein,

$$\varepsilon_{abs} = \varepsilon_{em},$$

da sonst der zweite Hauptsatz der Thermodynamik verletzt werden könnte. Kirchhoff¹ formulierte dies 1859 als "Strahlungsgesetz".

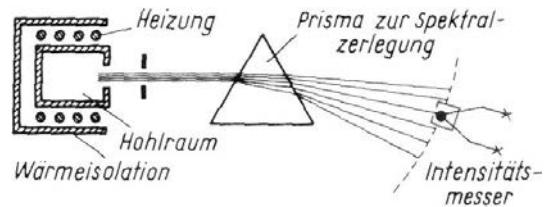


Abbildung 10.50: Spektralanalyse der Schwarzkörperstrahlung.

Wir betrachten als nächstes die spektrale Verteilung der Strahlung, die ein idealer schwarzer Körper abgibt. Die Planck'sche Strahlungsformel beschreibt die abgestrahlte Leistung als Funktion der Wellenlänge oder Frequenz. Wir benutzen sie in der Wellenlängendarstellung

$$B_\lambda(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}. \quad (10.1)$$

Abb. 10.51 zeigt die entsprechende Verteilung. Gleichung (10.1) gilt für einen idealen schwarzen Körper, d.h. für $\varepsilon = 1$, unabhängig von der Wellenlänge. Bei realen Körpern, $\varepsilon(\lambda) < 1$ liegt die Kurve entsprechend darunter. Bei Körpertemperatur, $T \approx 36^\circ\text{C} \approx 309\text{ K}$ liegt der größte Teil der emittierten Leistung im fernen Infrarot ($\lambda > 6\mu\text{m}$). Die Leistungsdichte erreicht damit bei einer Temperatur von 36 Grad ihr Maximum bei $\approx 9,3\mu\text{m}$. Dies entspricht einer Photonenergie von $\approx 0,12\text{ eV}$.

Thermographische Messungen sollten so gemacht werden, dass die detektierte Leistung möglichst

¹Gustav Robert Kirchhoff (1824 – 1887)

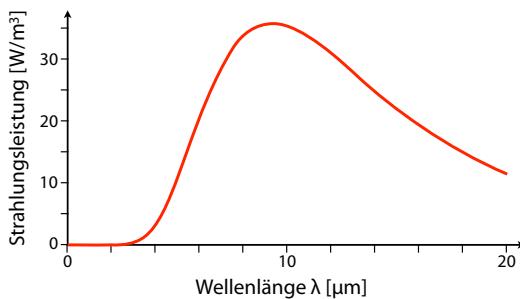


Abbildung 10.51: Verteilung der Leistungsdichte eines schwarzen Strahlers in der Wellenlängendarstellung.

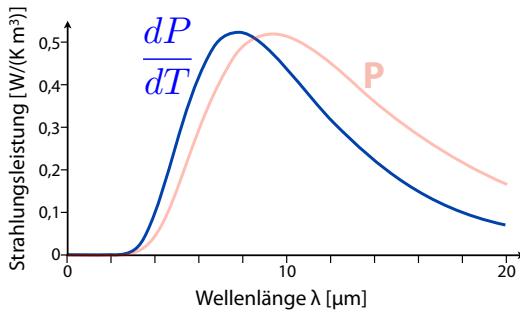


Abbildung 10.52: Änderung der thermischen Leistung mit der Temperatur.

empfindlich auf Temperaturschwankungen reagiert. Wie in Abb. 10.52 gezeigt, ist die Empfindlichkeit im Bereich von $\approx 7,8 \mu\text{m}$ am größten.

10.4.4 Körper als Wärmestrahl

Die Haut verhält sich in guter Näherung wie ein schwarzer Körper, ihr Emissionsgrad liegt bei $\varepsilon(\lambda, T) \approx 0,98$, relativ unabhängig von der Wellenlänge. Damit kann die Temperatur einerseits über die Messung der gesamten abgestrahlten Leistung, oder aus ihrer spektralen Verteilung bestimmt werden.

In vielen Fällen wird nicht die Wellenlängenabhängigkeit der Emission gemessen, sondern die Gesamtintensität, integriert über alle Wellenlängen. Die thermische Leistung, die vom Körper abgegeben wird, hängt von der Umgebungstemperatur ab, sowie von der Art der Bekleidung, der Tätigkeit und

den Witterungsbedingungen. Eine einheitliche Aussage ist somit nur für bestimmte Bedingungen möglich. Für einen nackten Körper in Ruhe können etwa folgende Zahlen als Richtwerte betrachtet werden:

Temperatur [°C]	20	30	36
Gesamte thermische Leistung [W/m²]	63	38	43
Anteil Verdunstung	0,13	0,27	1,0
Anteil Konvektion	0,26	0,27	0
Anteil Strahlung	0,61	0,46	0

In Ruhe liegt die thermische Leistung bei etwa 100 W.

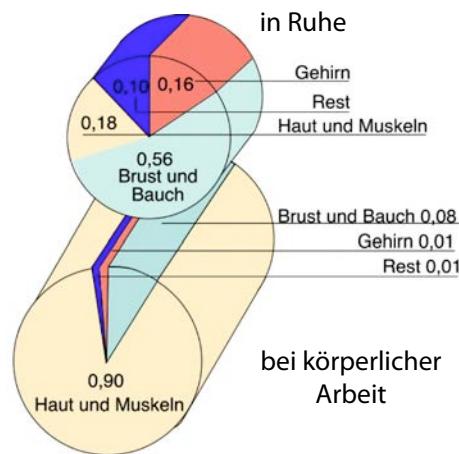


Abbildung 10.53: Verteilung der Wärmeproduktion.

Bei körperlicher Arbeit wird der größte Teil der Wärme in den Muskeln produziert, in Ruhe sind der Bauch- und Brustraum wichtiger und das Gehirn vergleichbar zu den Muskeln.

10.4.5 Kameratechnik

Um ein Bild von Wärmestrahlung aufnehmen zu können, benötigt man einen Detektor, der die Strahlung effizient aufnimmt und in ein elektrisches Signal umwandelt. Der Detektor muss selber kälter sein als das abzubildende Objekt, da er sonst in erster Linie seine eigene Wärme messen würde. Die beste Empfindlichkeit erhält man deshalb mit gekühlten Detektoren.

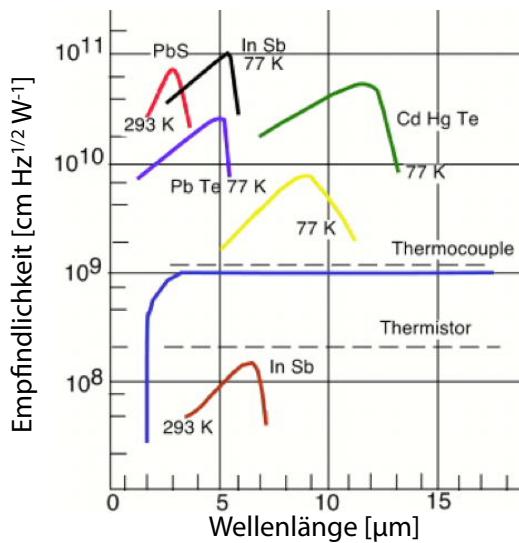


Abbildung 10.54: Wellenlängenabhängigkeit der Empfindlichkeit unterschiedlicher Sensoren.

Die Empfindlichkeit wird nicht nur durch das generierte Signal, sondern auch durch das Rauschen des Detektors bestimmt. Das Rauschen wird durch die Detektorfläche mitbestimmt, es steigt etwa mit der Wurzel aus der Fläche an, sowie durch die Bandbreite. In Abb. 10.54 wird dies berücksichtigt, indem die Empfindlichkeit (in Volt/Watt) normiert wird auf die Wurzel aus der Detektorfläche und der elektronischen Bandbreite.

Für die Messung von Infrarotstrahlung können Halbleiterdetektoren mit kleiner Bandlücke verwendet werden, wie z.B. InSb, InGaAs oder HgCdTe. In diesen Materialien wird durch Infrarot-Photonen jeweils ein Elektron-Loch Paar erzeugt, welches als Strom nachgewiesen werden kann. Deshalb muss die Bandlücke unterhalb der Energie der Infrarot-Photonen liegen. In Abb. 10.54 erkennt man, wie bei jedem Halbleiterdetektor die Empfindlichkeit oberhalb einer bestimmten Wellenlänge einbricht. Die ist die Wellenlänge der Photonen, welche gerade der Bandlücke entsprechen,

$$\mathcal{E}_{bg} = h\nu = \frac{hc}{\lambda_{bg}} \rightarrow \lambda_{bg} = \frac{hc}{\mathcal{E}_{bg}}$$

Als Beispiel hat InSb eine Bandlücke von $\mathcal{E}_{bg}(\text{InSb}) = 0,17 \text{ eV} = 2,7 \cdot 10^{-20} \text{ J}$. Die entspricht einer Wel-

lenlänge von $\approx 7 \mu\text{m}$. Die Flanke auf der kurzweligen Seite ist in erster Linie darauf zurückzuführen, dass die Anzahl Photonen pro Zeiteinheit

$$n = \frac{P\lambda}{hc}$$

bei gegebener Leistung P proportional ist zur Wellenlänge λ .

10.4.6 Mikrobolometer

Eine empfindlichere (aber auch teurere) Technik verwendet Mikrobolometer. In diesen Schaltungen ändert die absorbierte Infrarotstrahlung den Widerstand eines absorbierenden Materials. Ein Pixelraster erzeugt daraus ein Bild.

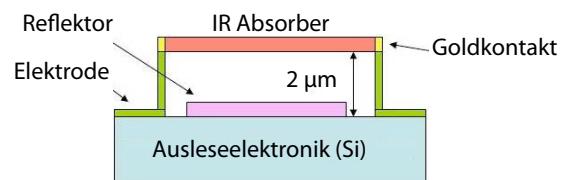


Abbildung 10.55: Querschnitt durch das Pixel eines Mikrobolometers.

Die absorbierende Schicht sollte infrarote Strahlung effizient absorbieren und die resultierende Widerstandsänderung sollte möglichst hoch sein. Typische Materialien sind amorphes Silizium und Vanadiumoxid. Der Reflektor kann z.B. aus Titan bestehen, er dient dazu, Strahlung, die durch das Material hindurch gedrungen ist, wieder darauf zu reflektieren. Die Brückenstruktur dient dazu, die absorbierende Schicht thermisch von der Ausleseelektronik zu entkoppeln. Pixelgrößen liegen im Bereich $15\text{--}50 \mu\text{m}$. Es existieren Mikrobolometer, die nicht gekühlt werden müssen.

Anstelle eines zweidimensionalen Pixel-Arrays können auch eindimensionale Arrays oder einzelne Detektoren verwendet werden, welche jeweils mit einem oder zwei Scannern kombiniert werden.

Für die optischen Elemente der Kamera kann kein Glas verwendet werden, da dieses im wichtigsten Wellenlängenbereich von $8\text{...}10 \mu\text{m}$ nicht transparent ist. Als Alternative kommen Materialien wie

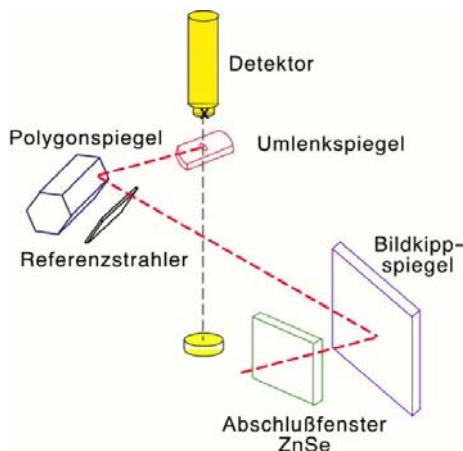


Abbildung 10.56: IR-Scanner für eine Thermographie-Kamera.

Germanium, Zink-Selenid, Zink-Sulfid, Gallium-Arsenid, Cadmium-Tellurid, Natrium-Chlorid und Diamant in Frage. Eine Alternative liegt in der Verwendung von reflektiven Optiken.

10.4.7 Anwendungen

Die wichtigsten Anwendungen dieser Methode liegen darin, erste Anzeichen für Entzündungen oder Tumore zu finden, in beiden Fällen ist die Wärmeproduktion der entsprechenden Organe erhöht. Allerdings sind die Temperaturunterschiede relativ gering, da die Körpertemperatur nie mehr als einige Grad von 37° C abweicht. Tabelle 10.1 listet typische Temperaturerhöhungen für einige relevante Symptome.

Erkrankung	ΔT in [K]
Mamma-Karzinom	1,5 ... 4
Maligne Melanome	2 ... 4
Gefäßerkrankungen, z.B. Thrombose	1 ... 2
Entzündungen (z.B. Rheuma, Arthritis)	1 ... 2

Tabelle 10.1: Typische Temperaturerhöhungen in der Thermographie.

Die Wärme erzeugenden Organe liegen meist nicht direkt an der Körperoberfläche. Es ist deshalb notwendig, für eine gemessene Wärmeverteilung an der Oberfläche auf die Quelle zurück zu schließen.

Thermographie wird aktuell als Alternative zur Mammographie propagiert, vor allem mit den Argumenten

- Thermographie kann Tumore ab einer Größe von 256 Zellen erkennen, Mammographie erst ab etwa 4 Milliarden.
- Thermographie nutzt keine ionisierende Strahlung.

10.5 Bilddarstellung

Literatur zu diesem Kapitel:

- Dössel, Bildgebende Verfahren in der Medizin, Kap. 2, 3
- Bushberg et al., The essential physics of medical imaging, Kap. 4, 10, 11
- Morneburg (Ed.), Bildgebende Systeme für die medizinische Diagnostik, Kap. 2, 3, 8.2
- Suetens, The fundamentals of medical imaging, Kap. 1, 8
- Smith, Webb, Introduction to medical imaging, Kap. 1

In den Anfängen wurden diagnostische Bilder meist analog aufgenommen (z.B. Röntgenfilm). Heute ist die Aufnahme meist digital, und die eigentliche Datenerfassung wird durch eine Reihe von Verarbeitungsschritten ergänzt. Dies ist im Falle der Tomographie zwingend notwendig, um die dreidimensionalen Daten aus den zweidimensionalen Projektionen zurückzurechnen. Auch bei zweidimensionalen Verfahren können aber die Qualität und der Informationsgehalt meistens durch entsprechende Datenverarbeitungsschritte verbessert werden. Außerdem werden Daten digital archiviert und über unterschiedliche Endgeräte dem Arzt zur Verfügung gestellt.

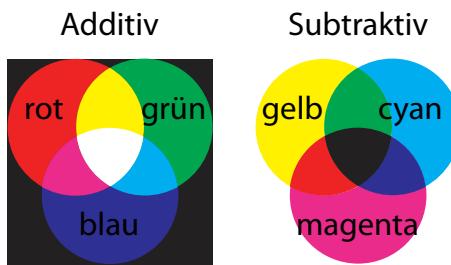


Abbildung 10.57: Additive und subtraktive Darstellung von Farbtönen.

10.5.1 Farbdarstellung

Da unser Auge Farbtöne mit Hilfe von drei unterschiedlichen Rezeptoren unterscheidet, kann jede beliebige Farbe als Summe von drei Helligkeitswerten dargestellt werden. Als die entsprechenden Basisfarben verwendet man meist rot, grün und gelb. Diese Art der Darstellung wird als additive Farbmischung bezeichnet und als RGB abgekürzt.

Eine Alternative dazu ist die subtraktive Farbmischung: hier stellt man dar, welche Farben aus einem weißen Spektrum entfernt wurden. Auch dafür reichen grundsätzlich drei Farben. Dies werden meist als gelb (= rot + grün oder schwarz - blau), cyan (= grün + blau oder schwarz - rot) und magenta (= rot + blau oder schwarz - grün) gewählt.

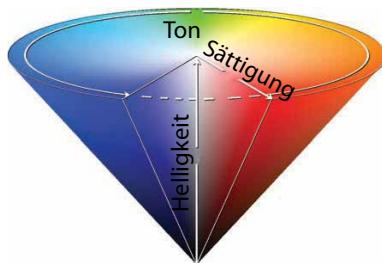


Abbildung 10.58: HSB-Darstellung von Farbtönen (Hue, Saturation, Brightness).

Eine weitere Möglichkeit ist die Zerlegung der Farbwerte in Helligkeit (brightness), Sättigung (saturation) und Farbwert (hue). In dieser Darstellung (HSB oder HSV) liegt ein Schwarz-Weiß Bild auf der Rotationsachse. Auf dieser Achse reicht offenbar eine Zahl für die Darstellung, da der Wert für den Farb-

ton bedeutungslos wird. Der Farbwert wird als Winkel definiert, z.B. 0° =rot, 120° =grün, 240° =blau.

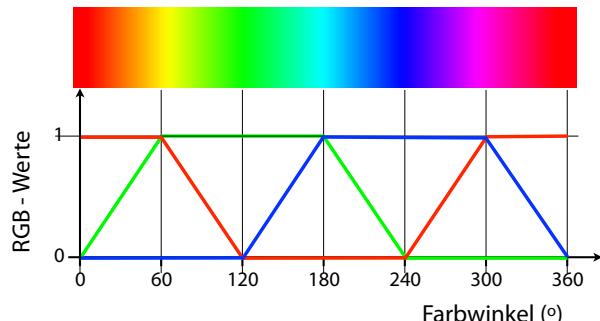


Abbildung 10.59: Darstellung des Farbwinkels durch RGB-Werte.

Die einzelnen Darstellungen können ineinander umgerechnet werden. Abb. 10.59 zeigt als Beispiel die Definition des Farbwinkels durch die entsprechenden RGB-Werte (für maximale Farbsättigung und Helligkeit).

Ein Bild wird als eine Matrix von Pixeln (Bilddaten) dargestellt, von denen jedes einen Farbwert codiert. In vielen Fällen enthalten die Bilddaten nur eine Intensität (z.B. in einem Röntgenbild). In diesen Fällen können die beiden freien Parameter verwendet werden, um unterschiedliche Modalitäten in einem Bild darzustellen, oder um feine Intensitätsunterschiede farblich sichtbar zu machen.

10.5.2 3D Objekte

Ursprünglich wurden diagnostische Datensätze meist als zweidimensionale Projektionen aufgenommen, mit dem Projektionsröntgen als klassisches Beispiel. Inzwischen ist man in vielen Bereichen (MRI, CT, SPECT, US) zur Aufnahme von dreidimensionalen Datensätzen übergegangen. Für die graphische Darstellung kann man diese dreidimensionalen Objekte wieder in zweidimensionale Schnittbilder zerlegen, wobei es grundsätzlich möglich ist, die Schnittebene beliebig zu wählen.

Je nach Anwendung verwendet man aber auch andere Darstellungen. So kann man ein Organ durch entsprechende Algorithmen aus dem übrigen Bild iso-

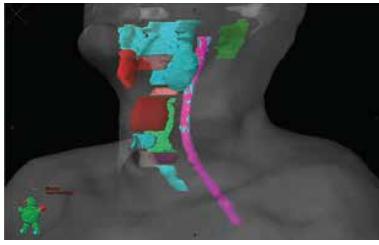


Abbildung 10.60: Darstellung von Organen als dreidimensionale Objekte.

lieren und z.B. die Oberfläche mit Hilfe von “raytracing” Algorithmen darstellen: man verfolgt virtuelle Lichtstrahlen, welche an der Oberfläche dieser Organe reflektiert oder im Inneren absorbiert werden. Dabei können Oberflächen und Volumina ganz oder teilweise transparent gewählt werden. Diese Art der Darstellung wird unter anderem auch in Videospielen und Computer-generierten Szenen in Filmen verwendet.

Ist nicht nur die Oberfläche relevant, kann man auch das gesamte Volumen darstellen, indem jedem Voxel ein Intensitätswert und ein Transparenzwert zugeordnet wird. Dies ist typischerweise nur sinnvoll, wenn das Volumen wenig gefüllt ist.

Eine normale Projektion stellt jeweils das Linienintegral in Projektionsrichtung dar:

$$b(x, y) = \int \rho(x, y, z) dz.$$

Hier stellt z die Projektionsrichtung dar, ρ die Dichte des 3D Objekts und b den Wert der Projektion.

Anstelle einer Parallelprojektion kann auch eine Zentralprojektion verwendet werden. In Abb. 10.61 ist C das Zentrum der Projektion. Dieser Punkt entspricht dem Auge oder der Kamera. Wir wählen diesen Punkt als Zentrum des Koordinatensystems, dessen z -Achse senkrecht zur Bildebene liegt. Ein Punkt (x, y, z) wird damit bei der Projektion in die Bildebene auf

$$\begin{pmatrix} x_p \\ y_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \frac{f}{z} \\ y \frac{f}{z} \end{pmatrix},$$

mit f als z -Koordinate der Bildebene.

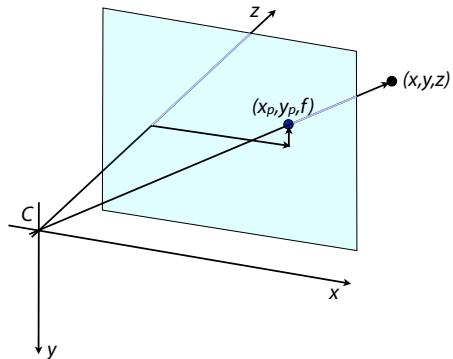


Abbildung 10.61: Projektion eines 3D Objekts in eine 2D Ebene.

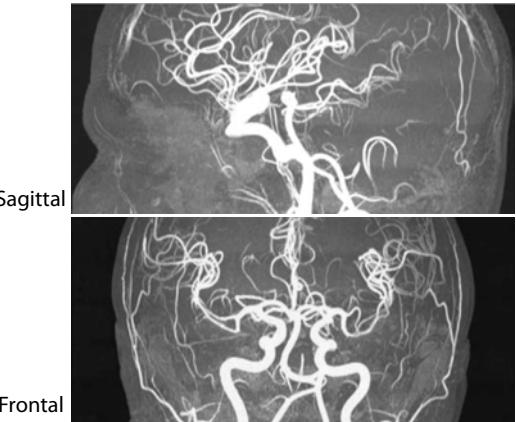


Abbildung 10.62: 3D Darstellung von Blutgefäßen im Kopf als Projektion der jeweils hellsten Punkte.

Eine weitere Darstellungsmöglichkeit ist, in jeder Projektion jeweils nur den hellsten (oder dunkelsten) Bildpunkt darzustellen. Abb. 10.62 zeigt als Beispiel zwei unterschiedliche Projektionen von Angiographie-Bildern, welche mit Hilfe der “Time-of-flight” MRI Methode gemessen wurden. Diese Methode verstärkt das Signal von fließendem Blut, so dass in den meisten Projektionen das Blutgefäß den höchsten Helligkeitswert besitzt.

In den meisten Fällen werden zweidimensionale Schnitte in der Form von Ebenen durch das dreidimensionale Objekt dargestellt. Es ist jedoch auch möglich, und manchmal nützlich, gekrümmte Objekte auf eine Ebene abzubilden, z.B. entlang eines

Blutgefäßes.

10.5.3 Auflösung

Verschiedene Parameter bestimmen die Qualität des Bildes, wie z.B. Auflösung, Dynamik, Kontrast und Rauschen. Wir beginnen die Diskussion mit einer Quantisierung der Auflösung.

Die digitale Auflösung eines Bildes entspricht der Anzahl Pixel pro Längeneinheit. Diese sollte auf jeden Fall höher sein als die physikalische Auflösung, welche durch das abbildende System bestimmt wird. Diese Abbildungseffekte sind spezifisch für die einzelnen Techniken und werden deshalb nicht hier, sondern in den entsprechenden Kapiteln diskutiert. Die resultierende Auflösung eines Bildes kann z.B. über die "Point Spread Function" (PSF) quantifiziert werden: diese bezeichnet die Verteilung, welche das Bild eines Punktes als Resultat der optischen Abbildung darstellt.

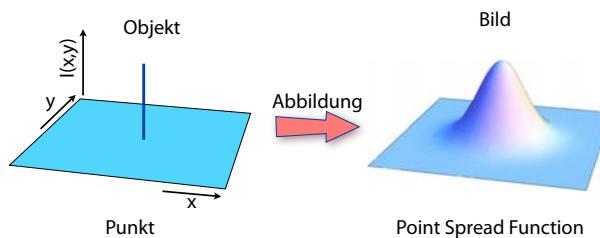


Abbildung 10.63: Point Spread Function.

Die Abbildung f_{Abb} führt also eine zweidimensionale δ -Funktion über in die PSF

$$PSF(x,y) = f_{Abb}\{\delta(x,y)\}.$$

Die PSF kann prinzipiell gemessen werden, indem man das Bild eines punktförmigen Objekts aufnimmt. Dies ist in der Praxis schwierig, aber es gibt Testobjekte, die fast gleichwertig sind, wie z.B. ein Strichgitter. Wir werden hier jeweils annehmen, dass die PSF translationsinvariant sei. Dies ist nicht immer der Fall, da in einem optischen System z.B. die Punkte an den Rändern meist stärker verzerrt werden, also im Zentrum.

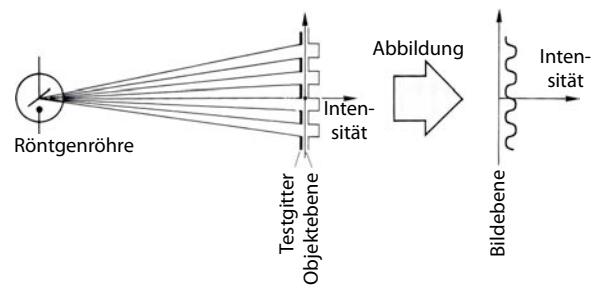


Abbildung 10.64: Point Spread Function.

Häufig arbeitet man auch mit der Fouriertransformierten der PSF, der optischen Transferfunktion

$$OTF(k) = \mathcal{F}\{PSF\} = \int PSF(x)e^{-i2\pi kx} dx.$$

Die OTF ist eine komplexe Funktion der räumlichen Frequenz k , mit einem Amplituden- und einem Phasenteil. Ihr Amplitudenteil, normiert auf den Wert bei $k = 0$, wird als Modulationstransferfunktion

$$MTF(k) = \left| \frac{OTF(k)}{OTF(0)} \right|$$

bezeichnet, ihr Phasenteil als Phasentransferfunktion PTF. Die MTF gibt insbesondere an, wie stark die Abbildung den Kontrast von feinen Strukturen reduziert.

Original | | | | | | | |

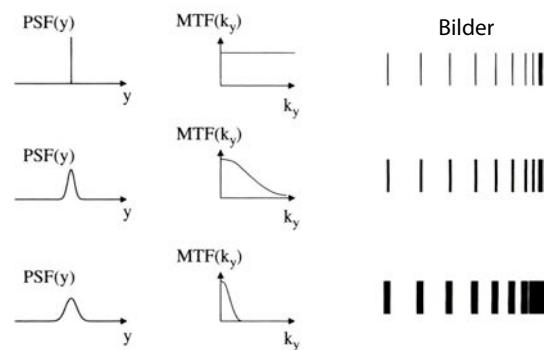


Abbildung 10.65: Einfluss von unterschiedlichen PSFs/MTFs auf die Abbildung eines Strichrasters.

Abb. 10.65 zeigt als Beispiel den Einfluss unterschiedlicher PSFs auf ein Strichraster. Ist die PSF

eine Deltafunktion und die MTF dementsprechend konstant für alle Frequenzen, so ist die Wiedergabe exakt. Bei einer endlichen aber geringen Breite der PSF werden die einzelnen Elemente des Objekts etwas verschmiert, bleiben jedoch getrennt sichtbar. Bei einer stärkeren Verbreiterung (unten) überlappen Elemente, welche näher beieinander liegen als die Breite der PSF. Derartige Muster mit zunehmender Frequenz erlauben eine Messung der MTF.

Die OTF ist sehr nützlich, wenn ein Objekt mehrfach abgebildet und / oder digital verarbeitet wird: so lange die einzelnen Schritte linear sind, kann die Übertragungsfunktion aller Verarbeitungsschritte durch eine einzige Übertragungsfunktion dargestellt werden, welche als Produkt aus den Übertragungsfunktionen der einzelnen Schritte berechnet werden kann. Die PTF addieren sich dabei.

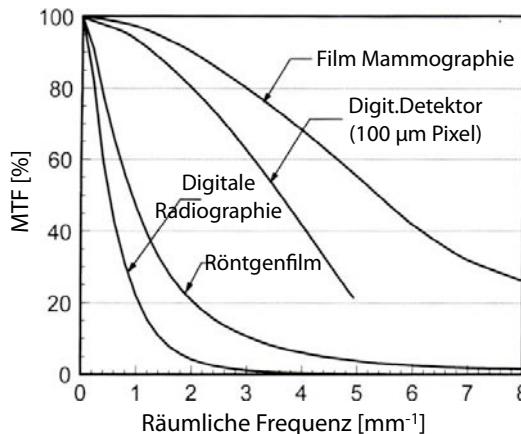


Abbildung 10.66: Vergleich der Auflösung unterschiedlicher Detektoren für Röntgenbildgebung.

Die MTF ist ein gutes Maß dafür, wie eine Abbildung oder ein Detektor die Auflösung eines Bildes reduziert. Wie in Abb. 10.66 gezeigt, liegt sie bei niedrigen räumlichen Frequenzen bei 1 und fällt bei höheren Frequenzen gegen 0 ab. Je später dieser Abfall stattfindet, desto höher ist die Auflösung. Die digitale Auflösung sollte im Idealfall höher sein als die optische Auflösung, damit der Informationsgehalt durch den Detektor nicht reduziert wird. Dies ist allerdings nicht in allen Fällen möglich, entweder aus Empfindlichkeitsgründen (kleinere Detektoren

erhalten weniger Photonen, sind also weniger empfindlich), oder aus finanziellen Überlegungen (mehr Pixel sind teurer). Die Auflösung von digitalen Röntgendetektoren ist deshalb meist etwas geringer als diejenige von Röntgenfilmen. Für die Mammographie, wo besonders feine Strukturen aufgelöst werden müssen, wird ein feinkörnigerer Film und höher aufgelöste Pixeldetektoren verwendet.

10.5.4 Abtastung

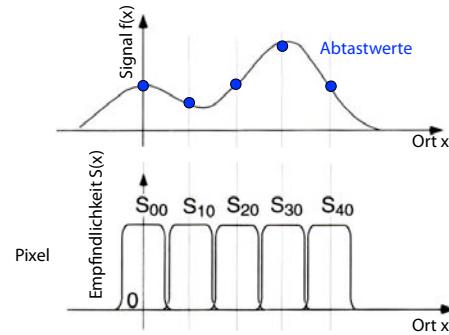


Abbildung 10.67: Abtastung eines Bildes mit einem Pixelraster.

Werden Bilder digital aufgenommen, so wird das eigentliche Signal (z.B. eine räumliche Intensitätsverteilung) über einzelne Pixel integriert und das Resultat in einen digitalen Wert umgewandelt, wie in Abb. 10.67 schematisch dargestellt.

Die Anzahl der Pixel sollte hoch genug sein, damit die relevanten Einzelheiten erkannt werden können, wie in Abb. 10.68 gezeigt.

Eine mathematische Diskussion der Anzahl Pixel verwendet die räumlichen Frequenzen, welche korrekt abgebildet werden müssen. Das Bild wird somit in seine Fourier-Komponenten zerlegt, in einer Dimension z.B. in

$$s(x) = \bar{s} + \sum_i a_i \cos(2\pi k_i x) + b_i \sin(2\pi k_i x).$$

Hier sind k_i die räumlichen Frequenzen und a_i, b_i die zugehörigen Amplituden und \bar{s} der räumliche Mittelwert.

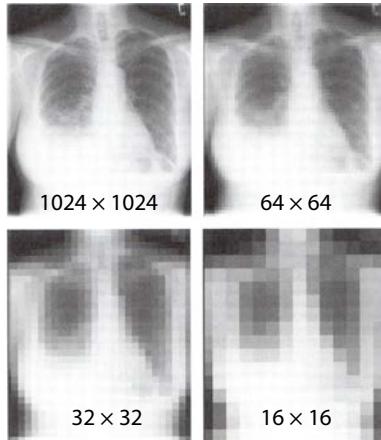


Abbildung 10.68: Röntgenbild einer Brust mit unterschiedlichen Pixelgrößen.

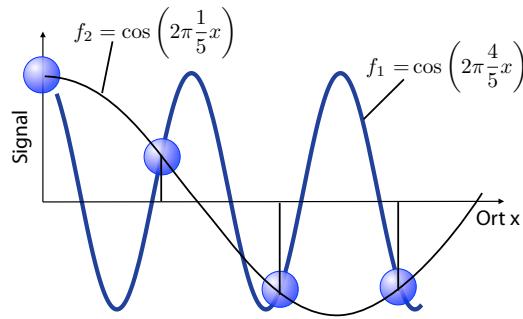


Abbildung 10.69: Die beiden Funktionen f_1 und f_2 haben an den Stützstellen im Abstand $\Delta x = 1$ die gleichen Werte.

Damit die Bilder die Objekte treu abbilden, muss die Abtastfrequenz hoch genug sein. Abbildung 10.69 zeigt als einfaches Beispiel die Funktion

$$f_1 = \cos\left(2\pi \frac{4}{5}x\right).$$

Wird sie durch Stützstellen im Abstand $\Delta x = 1$ digitalisiert, so werden die entsprechenden Werte auch von der Funktion

$$f_2 = \cos\left(2\pi \frac{1}{5}x\right)$$

dargestellt. Auf Grund der digitalen Werte kann somit nicht zwischen diesen beiden Funktionen unterschieden werden, welche die räumlichen Frequenzen $k_1 = 4/5$ und $k_2 = 1/5$ besitzen (sowie allen Funktionen mit $k = 1/5 + m$ oder $4/5 + m$ mit m als ganze

Zahl). Eine eindeutige Zuordnung kann nur erfolgen, wenn die Frequenz niedriger ist als

$$k_N = \frac{1}{2\Delta x}$$

mit Δx dem Abstand zwischen zwei Stützstellen. Dies entspricht der Hälfte der Abtastfrequenz. Die Grenzfrequenz k_N wird als Nyquist-Frequenz bezeichnet.

10.5.5 Faltung

Frequenzen k oberhalb der Grenzfrequenz k_N erscheinen "zurückgefaltet" auf $|k - 2k_N|$. Ist diese Frequenz immer noch höher als k_N , so wird sie erneut zurückgefaltet, bis sie unterhalb von k_N liegt.

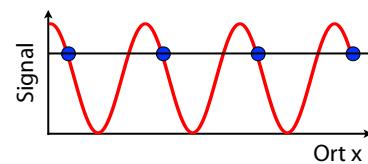


Abbildung 10.70: Abtasten eines sinus-förmigen Signals einmal pro Periode.

Das Abtasten muss mit genügend hoher Rate erfolgen: Signale, deren Frequenz höher ist als die halbe Abtastfrequenz, werden "zurückgefaltet". Dies wird als "Nyquist-Shannon-Theorem" bezeichnet. Wird ein monochromatisches Signal einmal pro Periode abgetastet, so erscheint es konstant, wie in Abb. 10.70 gezeigt. Ist die Abtastrate kleiner als die halbe Frequenz, so wird die gemessene Frequenz kleiner als die wirkliche Frequenz:

$$k_{\text{rekon}} = |k_{\text{sig}} - k_{\text{dig}}|.$$

Im Beispiel von Abb. 10.70 betragen die beiden Frequenzen $k_{\text{sig}} = k_{\text{dig}}$ und damit $k_{\text{rekon}} = 0$. Im Beispiel von Abb. 10.69 ist $k_{\text{sig}} = 4/5$, $k_{\text{dig}} = 1$ und damit $k_{\text{rekon}} = 1/5$. Dieses 'Zurückfalten' des Signals zu einer kleineren Frequenz wird als 'Aliasing' bezeichnet.

Ein eindeutiges Ergebnis erhält man, falls die Abtastrate k_{dig} größer ist als die doppelte Signalfrequenz,

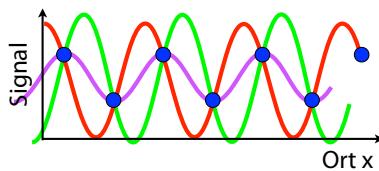


Abbildung 10.71: Digitale Abtastung mit der kritischen Frequenz, $k_{\text{krit}} = 2k_{\text{sig}}$.

$k_{\text{dig}} > 2k_{\text{sig}}$. Anders ausgedrückt: Das Abtastintervall (im Ortsraum) muss kleiner sein als die Hälfte der kleinsten vorhandenen Wellenlänge. Wie in Abb. 10.71 gezeigt, ergeben bei $k_{\text{dig}} = 2k_{\text{sig}}$ noch mehrere analoge Signale die gleichen digital gemessenen Werte.



Abbildung 10.72: Harry Nyquist (1889 - 1976, links) und Claude E. Shannon (1916-2001, rechts).

Das Abtasttheorem wurde zuerst von Harry Nyquist (1889-1976) postuliert und von Claude Shannon (1916-2001) bewiesen. Es gilt sowohl bei der Abtastung im Ortsraum wie auch im Zeitraum. Es definiert, wie schnell ein Signal abgetastet werden soll, ist aber auch wichtig für die Minimierung des Rauschens: Breitbandiges Rauschen wird bei Verletzung des Abtasttheorems in das Signalband hinein gefaltet und verschlechtert so das Signal-zu-Rausch Verhältnis.

10.5.6 Dynamik

In jedem Pixel des Bildes ist eine Informationsmenge enthalten, die unter anderem vom Kontrast und vom Signal-zu-Rausch Verhältnis abhängt, sowie von der Darstellung. Man benötigt eine minima-

le Menge an Speicherplatz, um diese Information zu speichern und darzustellen. Die Daten sollten so skaliert sein, dass das LSB (least significant bit) etwa dem Niveau des Rauschens entspricht. Ist das Verhältnis zwischen dem größten Signal und dem Rauschen SNR , so benötigt man mindestens $\log_2 SNR$ Bits für die Speicherung der Daten. Für $SNR = 1000$ werden somit 10 Bits benötigt. In der Praxis ist es sinnvoll, etwas höhere Werte zu nehmen, also z.B. 12 oder 16 Bits.

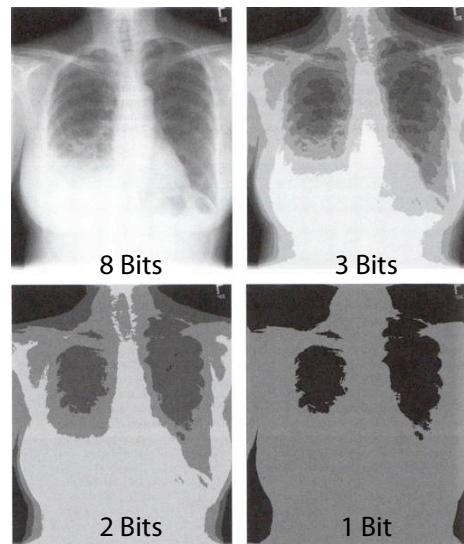


Abbildung 10.73: Einfluss der Anzahl Grauwerte auf die Bildqualität.

Eine ähnliche Bedingung gilt für die Darstellung. Wie in Abbildung 10.73 gezeigt, wird eine minimale Zahl von unterschiedlichen Grauwerten benötigt, um einen kontinuierlichen Eindruck zu erhalten. Das menschliche Auge kann zwei Graustufen unterscheiden, wenn sie sich um mehr als 1% unterscheiden. Ist der Abstand zwischen der niedrigsten und der höchsten Intensität zum Beispiel ein Faktor 100, so werden

$$n = \log_{1,01} 100 = \frac{\log 100}{\log 1,01} \approx 463$$

Graustufen benötigt. Die entspricht 9 Bits. In der Praxis wählt man gerne einen etwas höheren Wert, z.B. 12 Bits. Eine genügend große Zahl von Bits pro Pixel ist unter anderem wichtig, wenn einzelne Bereiche mit erhöhtem Kontrast dargestellt werden sollen (→10.5.7).

Eine Möglichkeit, auch bei größeren dynamischen Bereichen einen guten Kontrast zu erhalten, ist die Falschfarbendarstellung (→10.5.9).

10.5.7 Skalierung von Helligkeitswerten

Stellt man ein Bild dar, so müssen die Pixelwerte auf Helligkeitswerte abgebildet werden. Im einfachsten Fall wählt man diese proportional zueinander: man bildet z.B. den gesamten Bereich der Pixelwerte p (typischerweise [0..4095] auf die verfügbaren Helligkeitswerte h ab, welche z.B. den Bereich [0..255] abdecken:

$$h(i, j) = \frac{p(i, j)}{16}.$$

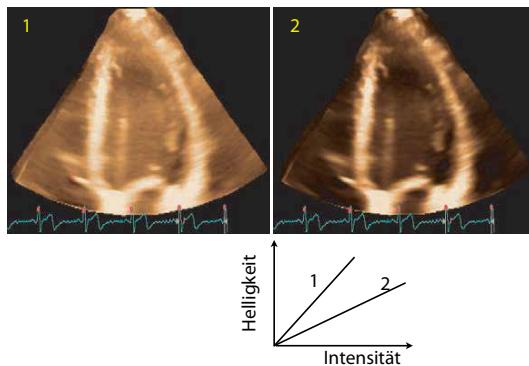


Abbildung 10.74: Einfluss der Skalierung auf ein Ultraschall-Bild des Herzens.

Interessiert man sich nicht für das gesamte Bild, sondern nur für einzelne Bereiche, so ist es sinnvoll, den Kontrast in diesem Bereich zu optimieren. Abb. 10.74 zeigt als Beispiel ein Ultraschallbild des Herzens mit unterschiedlichen Skalierungen.

Dabei muss man sich nicht auf lineare Skalierungen beschränken. Man kann die Helligkeit invertieren oder eine nichtlineare Funktion verwenden, welche z.B. den Kontrast in den Bereichen mit hohen Intensitäten optimiert, oder in den Bereichen mit niedrigen Intensitäten. Der Kontrast wird immer dort vergrößert, wo die Helligkeit als Funktion des Pixelwertes eine hohe Steigung aufweist (siehe Abb. 10.75).

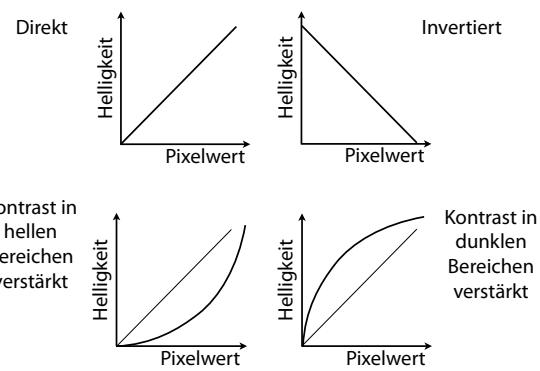


Abbildung 10.75: Skalierungen für die Signalintensität.

10.5.8 Helligkeits-Fenster

Eine weitere Möglichkeit dafür besteht darin, die verfügbaren Graustufen auf den relevanten Bereich zu verteilen. Man beschränkt sich z.B. auf einen Bereich von Pixelwerten in einem Fenster der Breite w und mit Zentrum l .

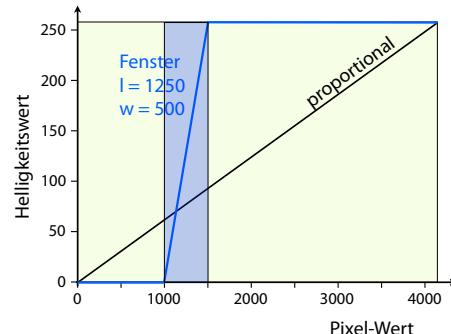


Abbildung 10.76: Darstellung eines Bereichs der Intensitätsskala.

Diese Pixelwerte werden wiederum linear auf den Bereich der Helligkeitswerte abgebildet:

$$h = \begin{cases} 0 & \text{für } p \leq l - \frac{w}{2} \\ \frac{h_{max}}{w} \left(p - (l - \frac{w}{2}) \right) & \text{für } l - \frac{w}{2} \leq p < l + \frac{w}{2} \\ 255 & \text{für } l + \frac{w}{2} \leq p. \end{cases}$$

Hier bezeichnet h den Helligkeitswert, p den Pixelwert, l das Zentrum des Fensters und w seine Breite. Es wurde angenommen, dass die Helligkeitswerte mit 8 bit codiert sind, also den Bereich [0...255] abdecken.

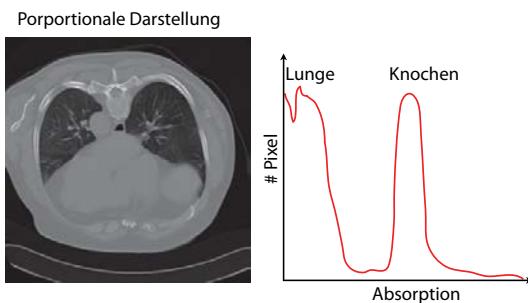


Abbildung 10.77: Bild eines Brustraums in proportionaler Darstellung. Die dunklen Pixel (geringe Absorption) gehören zur Lunge, die hellen (hohe Absorption) zu den Knochen, die mittleren zum weichen Gewebe.

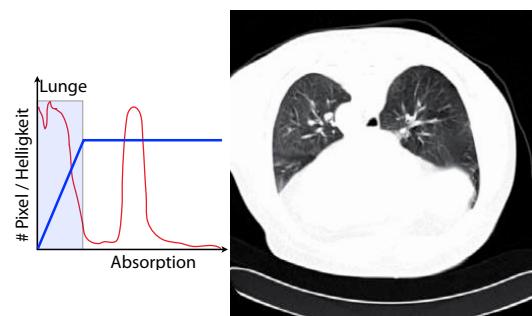


Abbildung 10.79: Gleiches Bild wie 10.77, aber mit einer Fensterfunktion, welche die Lunge mit hohem Kontrast darstellt.

Abb. 10.77 zeigt als Beispiel ein Röntgenbild eines Brustraums. Das Histogramm zeigt eine bimodale Verteilung, bei der die Lunge eine geringe Absorption aufweist, Gewebe und Knochen eine hohe. Versucht man, die gesamte Intensitätsverteilung darzustellen, so erhält man ein relativ kontrastarmes Bild.

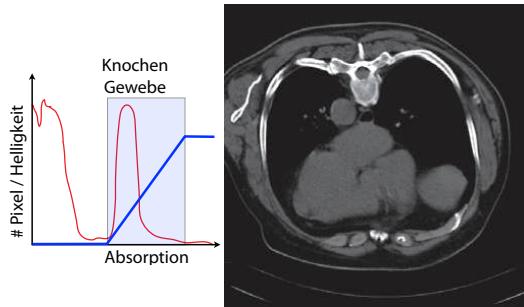
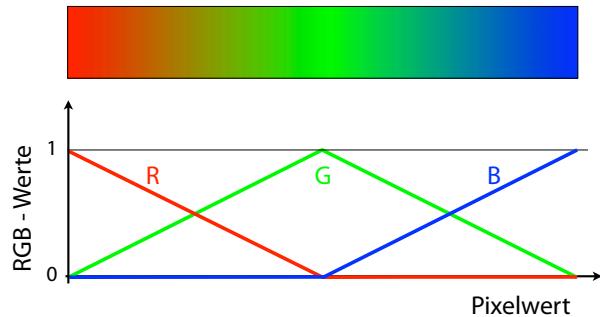


Abbildung 10.78: Gleiches Bild wie 10.77, aber mit einer Fensterfunktion, welche Knochen und Gewebe mit gutem Kontrast darstellt.

Wählt man eine Fensterfunktion, welche nur einen Absorptionsbereich optimal darstellt, so erhält man für diesen Bereich einen guten Kontrast, während der andere Bereich praktisch ausgeblendet wird. Abb. 10.78 und 10.79 zeigen dies für ein Fenster, welches im ersten Fall Gewebe und Knochen, im zweiten Fall die Lunge mit gutem Kontrast darstellt.

10.5.9 Falschfarben-Darstellung



Pixelwerte können nicht nur als Graustufen dargestellt werden, sondern auch in eine Farbskala übertragen werden, wie in Abb. 10.80. Dies wird z.B. in der Thermographie gerne verwendet, wie z.B. in Abb. 10.46, wo die Temperatur in eine Farbskala umgesetzt wird. In diesem Fall werden meist gelbe und rote Farbtöne verwendet, um hohe Temperaturen darzustellen, sowie grüne und blaue für niedrige Temperaturen.

Die Farbskalen können neben dem Farbwert auch die Helligkeit variieren. Dadurch können unterschiedliche Bereiche mit höherem Kontrast dargestellt werden. Abb. 10.81 zeigt zwei solche Farbskalen. Eine weitere Möglichkeit ist, mehrfach durch den Farbraum zu laufen. Dabei geht allerdings die Eindeutigkeit verloren.

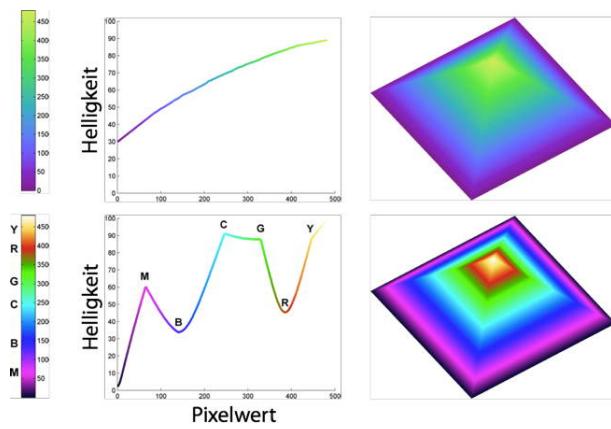


Abbildung 10.81: Unterschiedliche Farbskalen für Falschfarben-Bilder.

10.5.10 Kontrast

Kontrast ist die Intensitätsdifferenz zwischen benachbarten Pixeln. Er wird primär durch den Prozess der Bildgebung bestimmt, also z.B. dadurch, wie stark die Absorption von Strahlung in unterschiedlichen Geweben variiert. Die Möglichkeiten zur Optimierung des Kontrasts sind deshalb für die einzelnen Techniken unterschiedlich und werden dort diskutiert. An dieser Stelle sollen nur die Aspekte diskutiert werden, die für alle Techniken relevant sind.

Es gibt viele unterschiedliche Quantifizierungen von Kontrast, welche meist als Basis die Differenz zweier Pixel-Werte $\{S_A, S_B\}$ verwenden:

$$C_{AB} = |S_A - S_B|.$$

Meist ist es sinnvoll, auf das mittlere Signal zu normieren, z.B.:

$$C_{AB} = \frac{|S_A - S_B|}{|S_A + S_B|}.$$

Wichtiger als der absolute Kontrast ist das Verhältnis von Kontrast zu Rauschen. Dieser kann z.B. als

$$CN_{AB} = \frac{|S_A - S_B|}{\sigma}$$

bestimmt werden, mit σ dem Rauschen des Bildes. Allerdings ist es nicht immer einfach, den Wert von σ zu bestimmen, ohne eine Referenzaufnahme zu verwenden.

Der Kontrast kann teilweise bei der Bildaufnahme optimiert werden, z.B. durch Zugabe eines Kontrastmittels, durch geeignete Skalierung bei der Darstellung (\rightarrow 10.5.7) oder durch Methoden der Bildverarbeitung (\rightarrow 10.6).

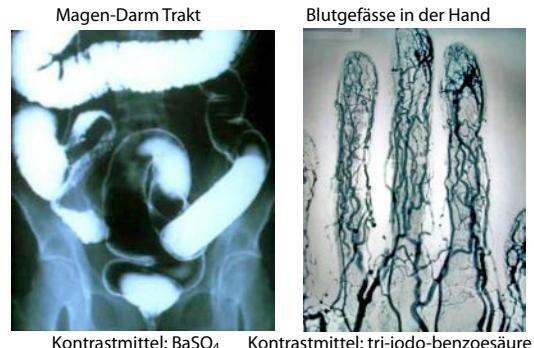


Abbildung 10.82: Differenzbilder zur Sichtbarmachung des Darms oder von Blutgefäßen.

In manchen Fällen ist es möglich, den Kontrast zu verbessern, indem man ein Referenzbild subtrahiert, welches den nicht relevanten Teil enthält. Abb. 10.82 zeigt als Beispiel Differenzbilder des Verdauungstrakts sowie von Blutgefäßen. Hier wird ein Bild, das ohne Kontrastmittel aufgenommen wurde, von einem Bild subtrahiert, bei dem ein Kontrastmittel geschluckt oder in die Blutgefäße injiziert wurde. Dadurch werden die dominierenden Bilder der Knochen unterdrückt, welche in diesem Zusammenhang nicht interessieren.

10.5.11 Rauschen

Jedes Bild enthält Rauschen und Störsignale, welche die Bildqualität verschlechtert. Als Rauschen bezeichnet man Signalanteile, welche nicht durch das Objekt bestimmt werden. Typische Rauschquellen in einem bildgebenden System sind Detektorrauschen (thermisches, Schrotrauschen, elektronische Störsignale, ...), Streulicht (z.B. Compton-Streuung beim Röntgen), Schwankungen der Strahlintensität bei einem sukzessive abgetasteten Bild oder ungleichmäßige Beleuchtung. Auf einzelne Rauschquellen wird ebenfalls in den einzelnen Kapiteln eingegangen.

Ein Teil dieser Signale kann durch instrumentelle Verbesserungen reduziert werden, andere, wie z.B. das Schrottrauschen sind inhärent.

Man kann das Rauschen wiederum in systematisches und stochastisches Rauschen unterteilen. Systematisches Rauschen ist bei zwei nacheinander aufgenommenen Bildern identisch. Es kann normalerweise eliminiert werden durch eine Verbesserung des abbildenden Systems, wie zum Beispiel durch die Eliminierung eines Störsignals, oder durch Differenzmessungen wie in Abb. 10.82.

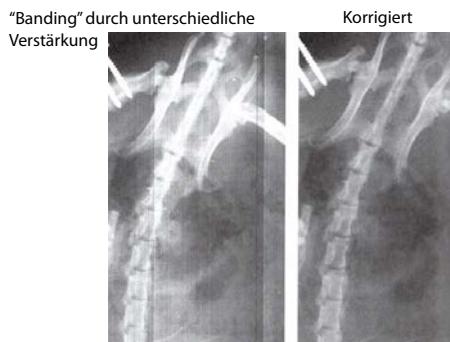


Abbildung 10.83: Korrektur eines "banding"-Artefakts.

Dazu gehören auch tote Pixel in einem Detektor. Diese werden bestimmt und bei der Verarbeitung korrigiert. Werden beim Auslesen eines CCD-Detektors für die einzelnen Spalten unterschiedliche Verstärker verwendet, haben diese meist unterschiedliche Verstärkung. Ohne Korrektur führt dies zu streifenförmigen Artefakten, wie in Abb. 10.83 links gezeigt. Dies kann durch numerische Bearbeitung kompensiert werden, indem die Spalten mit den nötigen Korrekturfaktoren multipliziert werden (siehe Abb. 10.83 rechts).

Stochastisches Rauschen hingegen, wie z.B. Schrottrauschen oder thermisches Rauschen, variiert von Bild zu Bild. Es kann nie vollständig eliminiert werden, aber das Verhältnis von Signal und Rauschen kann durch Mittelung über unabhängig aufgenommene Bilder verbessert werden. Beim Signal S erhält man zweimal das gleiche, eine Addition der Bilder ergibt somit das doppelte Signal. Die Rauschanteile der beiden Bilder sind hingegen unkorreliert. In der Summe addieren sich die Leistungen, also die Qua-

drate, und das Rauschen der addierten Bilder ist somit nur um den Faktor $\sqrt{2}$ größer als das Rauschen der einzelnen Bilder, $N_{A+B} = \sqrt{2}N$. Das Signal-zu-Rausch Verhältnis verbessert sich somit um den Faktor $\sqrt{2}$:

$$\begin{aligned} SNR_{A+B} &= \frac{S}{N}(A+B) = \frac{S_A + S_B}{N_{A+B}} \\ &= \frac{2S_A}{\sqrt{2}N} = \sqrt{2}SNR_A = \sqrt{2}SNR_B. \end{aligned}$$

Allgemein kann man bei unkorreliertem Rauschen das SNR um den Faktor \sqrt{n} erhöhen, indem man n unabhängige Bilder aufnimmt und über sie mittelt. Dies gilt natürlich nur, wenn das Objekt sich nicht bewegt oder ändert.

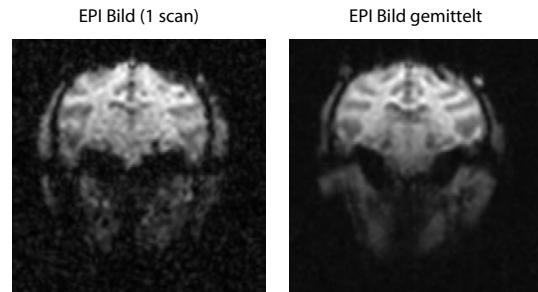


Abbildung 10.84: Verbesserung des SNR durch Mittelung über 16 EPI Bilder.

Abbildung 10.84 zeigt als Beispiel, wie die Mittelung über 16 EPI Bilder das Rauschen erheblich (theoretisch: um den Faktor 4) reduziert. EPI ist eine schnelle Bildgebungsmethode in der Kernspintomographie. Die Bilder werden in rund 100 ms aufgenommen und haben deshalb eine relativ geringe Auflösung und ein geringes SNR.

Diese Verbesserung ist nicht kostenfrei: Man kann sie erreichen, indem man die Messzeit erhöht oder indem man die Intensität der Quelle erhöht. Eine Verlängerung der Messzeit erhöht allgemein die Kosten und bringt das Risiko, dass der Patient sich bewegt. Wird ionisierende Strahlung für die Bildgebung verwendet, so steigt die Strahlenbelastung für den Patienten.

10.6 Bildverarbeitung

Literatur zu Bildverarbeitung in der medizinischen Diagnose:

- Dössel, Bildgebende Verfahren in der Medizin, Kap. 2-3
- Bushberg et al., The essential physics of medical imaging, Kap. 4, 11, 13
- Suetens, The fundamentals of medical imaging, Kap. 1
- Heinz Morneburg (Ed.), Bildgebende Systeme für die medizinische Diagnostik, Kap. 2-3

10.6.1 Digitale Filterung

Liegen Bilddaten in digitaler Form vor, gibt es eine Reihe von Möglichkeiten, ihre Qualität durch mathematische Transformationen zu verbessern. Dabei wird grundsätzlich der objektive Informationsgehalt nicht höher, aber man kann die enthaltene Information besser sichtbar machen. Wir konzentrieren hier uns vor allem auf Methoden, bei denen die transformierten Objekte lineare Funktionen der Originale sind und die außerdem translationsinvariant sind: Objekte, die sich nur durch ihren Ort unterscheiden, werden in gleiche Objekte abgebildet, welche um den gleichen Vektor von einander entfernt sind.

Die meisten linearen Transformationen können als Faltung dargestellt werden. Diese beschreibt nicht nur die mathematischen Operationen, welche in der Bildverarbeitung durchgeführt werden, sondern auch optische Abbildungen oder den Einfluss von Detektoren und nichtidealen Quellen. Bei einer Faltung wird jeder Punkt des Originals $o(x, y)$ in eine Funktion $f(\delta x, \delta y)$ transformiert. Das Bild insgesamt ist damit gegeben als

$$\begin{aligned} b(x', y') &= \iint dx dy o(x, y) f(x' - x, y' - y) \\ &= o(x, y) \otimes f(x, y). \end{aligned}$$

Durch das doppelte Integral ist dies eine relativ rechenintensive Operation. Da die digitalen Bilddaten

diskret sind, d.h. als Funktionswerte für einzelne Pixel abgespeichert werden, wird das Integral als Summe ausgeführt. Bei einem Bild mit N (z.B. $N = 10^7$) Bildpunkten beträgt die Zahl der Operationen somit N^2 ($= 10^{14}$).

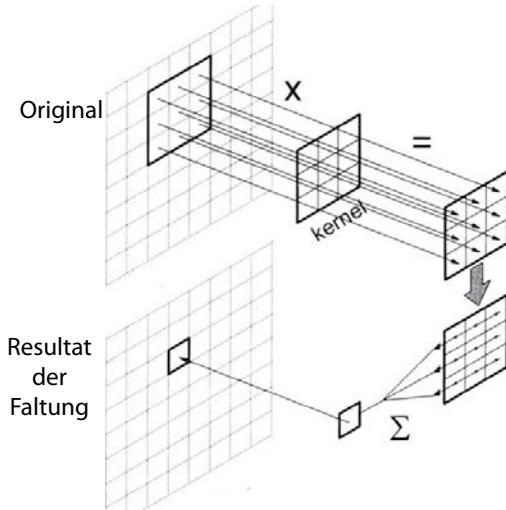


Abbildung 10.85: Faltung mit einem lokalen Kern.

Das Integral, respektiv die Summe, wird in der Praxis normalerweise nicht über den gesamten Bereich des Bildes ausgeführt. In den meisten Fällen sind die Faltungsfunktionen $f(x, y)$ lokal, d.h. sie fallen über wenige Pixel auf praktisch vernachlässigbare Werte ab. In diesen Fällen können somit die Integralgrenzen auf diese wenigen Pixel reduziert werden, wie in Abb. 10.85 gezeigt.

Original	Filter	Bild (gefiltert)																																													
<table border="1"> <tr><td>1</td><td>5</td><td>3</td><td>5</td><td>4</td><td>6</td></tr> <tr><td>4</td><td>3</td><td>32</td><td>5</td><td>6</td><td>9</td></tr> <tr><td>6</td><td>10</td><td>4</td><td>8</td><td>8</td><td>7</td></tr> </table>	1	5	3	5	4	6	4	3	32	5	6	9	6	10	4	8	8	7	\ast <table border="1"> <tr><td>1/12</td><td>1/12</td><td>1/12</td></tr> <tr><td>1/12</td><td>4/12</td><td>1/12</td></tr> <tr><td>1/12</td><td>1/12</td><td>1/12</td></tr> </table>	1/12	1/12	1/12	1/12	4/12	1/12	1/12	1/12	1/12	$=$ <table border="1"> <tr><td>1</td><td>5</td><td>3</td><td>5</td><td>4</td><td>6</td></tr> <tr><td>4</td><td>a</td><td>b</td><td>c</td><td>d</td><td>9</td></tr> <tr><td>6</td><td>10</td><td>4</td><td>8</td><td>8</td><td>7</td></tr> </table>	1	5	3	5	4	6	4	a	b	c	d	9	6	10	4	8	8	7
1	5	3	5	4	6																																										
4	3	32	5	6	9																																										
6	10	4	8	8	7																																										
1/12	1/12	1/12																																													
1/12	4/12	1/12																																													
1/12	1/12	1/12																																													
1	5	3	5	4	6																																										
4	a	b	c	d	9																																										
6	10	4	8	8	7																																										
		$\left. \begin{array}{l} a=(1)(1/12)+(5)(1/12)+(3)(1/12)+(4)(1/12)+(3)(4/12)+(32)(1/12)+(6)(1/12)+(10)(1/12)+(4)(1/12)=6.4 \\ b=(5)(1/12)+(3)(1/12)+(5)(1/12)+(3)(1/12)+(32)(4/12)+(5)(1/12)+(10)(1/12)+(4)(1/12)+(8)(1/12)=14.3 \\ c=(3)(1/12)+(5)(1/12)+(4)(1/12)+(32)(1/12)+(5)(4/12)+(6)(1/12)+(4)(1/12)+(8)(1/12)+(8)(1/12)=7.5 \\ d=(5)(1/12)+(4)(1/12)+(6)(1/12)+(5)(1/12)+(6)(4/12)+(9)(1/12)+(8)(1/12)+(8)(1/12)+(7)(1/12)=6.3 \end{array} \right\}$																																													
Bild (gefiltert)		<table border="1"> <tr><td>1</td><td>5</td><td>3</td><td>5</td><td>4</td><td>6</td></tr> <tr><td>4</td><td>6.4</td><td>14.3</td><td>7.5</td><td>6</td><td>9</td></tr> <tr><td>6</td><td>10</td><td>4</td><td>8</td><td>8</td><td>7</td></tr> </table>	1	5	3	5	4	6	4	6.4	14.3	7.5	6	9	6	10	4	8	8	7																											
1	5	3	5	4	6																																										
4	6.4	14.3	7.5	6	9																																										
6	10	4	8	8	7																																										

Abbildung 10.86: Beispiel eines digitalen Filters.

Abb. 10.86 zeigt ein konkretes Beispiel einer solchen

Faltung. Es werden zu jedem Pixel jeweils ein Vier-
tel des Wertes aller 8 Nachbarpixel addiert und das
Resultat so skaliert, dass das Integral konstant bleibt.
Dies entspricht einer Glättung, also einem (räumli-
chen) Tiefpassfilter.

In den übrigen Fällen kann die Faltung mit Hilfe
eines mathematischen Theorems auf zwei Fourier-
Transformationen und eine Multiplikation zurückge-
führt werden:

$$f \otimes g = \mathcal{F}^{-1} \{ \mathcal{F}(f) \cdot \mathcal{F}(g) \}.$$

Hier bezeichnet \mathcal{F} die Fouriertransformation und \cdot die elementweise Multiplikation. Da die Fourier-
transformation von N Elementen $O(N \log N)$ Opera-
tionen benötigt, die Faltung aber $O(N^2)$ Opera-
tionen, ist diese Methode deutlich schneller. Im oben
genannten Beispiel reduziert sich die Zahl der Ope-
rationen von etwa 10^{14} auf etwa 10^9 .

Ein nützliches Filter, welches gut mit lokalen Fal-
tungskernen realisiert werden kann, ist der Gradient.
Man berechnet die Komponenten des Gradienten mit
den Kernen

$$D_x = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D_y = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Dieser hilft, z.B., bei der Suche nach der Grenze von
Objekten. Auf die gleiche Weise kann die zweite Ab-
leitung, also der Laplace-Operator, berechnet wer-
den. Nützliche Näherungen sind die beiden Kerne

$$L_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad L_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

10.6.2 Hoch- und Tiefpassfilter

Zu den wichtigsten digitalen Filteroperationen ge-
hören Hoch- und Tiefpassfilter. Damit bezieht man
sich auf die räumlichen Frequenzen: ein Tiefpassfil-
ter unterdrückt diejenigen Signalkomponenten, wel-
che hohen räumlichen Frequenzen entsprechen.

Solche Filter können durch Faltung implemen-
tiert werden, aber auch durch lokale Transfor-
mationsmasken. So kann ein Tiefpassfilter durch eine

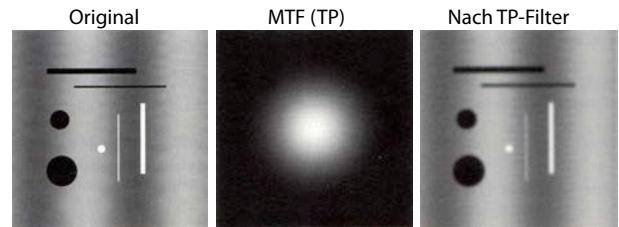


Abbildung 10.87: Effekt eines Tiefpassfilters: das Original (links) wird mit der MTF (Mitte) gefaltet.

Mittelwert-Matrix realisiert werden, also eine Ma-
trix, bei der alle Elemente gleich sind. Dies ent-
spricht einer Faltung mit einer Rechteckfunktion. Im
Fourier-Bereich entspricht dies einer Multiplikation
mit einer sinc-Funktion, deren Maximum bei 0 liegt.
Ein weicheres Tiefpassfilter, welches im Frequenz-
bereich keine Oszillationen zeigt, ist das Gauß-
Filter. Während die eigentliche Gauß-Funktion nie
ganz auf 0 abfällt, kann sie mit einem lokalen Fal-
tungskern gut genähert werden, da sie mit e^{-x^2} rela-
tiv schnell abfällt.

Tiefpassfilter verwendet man vor allem, um das
Rauschen zu reduzieren: auf Grund der begrenz-
ten räumlichen Auflösung des bildgebenden Sys-
tems finden die Signalkomponenten eines Bildes im-
mer in einem begrenzten Frequenzbereich Platz. Das
Rauschen, welches vom Detektor stammt, ist hinge-
gen zwischen benachbarten Pixeln unkorreliert und
deckt damit das gesamte Frequenzspektrum ab. Un-
terdrückt man hohe Frequenzkomponenten, so wird
damit das Rauschen stärker reduziert als das Signal
und das SNR wird erhöht. Werden auch Signalkom-
ponenten abgeschwächt, so werden zuerst die Kon-
touren weniger scharf, wie in Abb. 10.87 erkennbar.

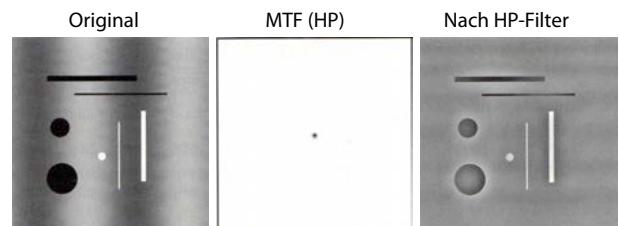


Abbildung 10.88: Effekt eines Hochpassfilters.

Bei einem Hochpassfilter werden die niedrigen Frequenzkomponenten abgeschwächt, während die hohen Frequenzen direkt abgebildet werden. Dies führt zu einer Verstärkung von Konturen, wie in Abb. 10.88 gezeigt.

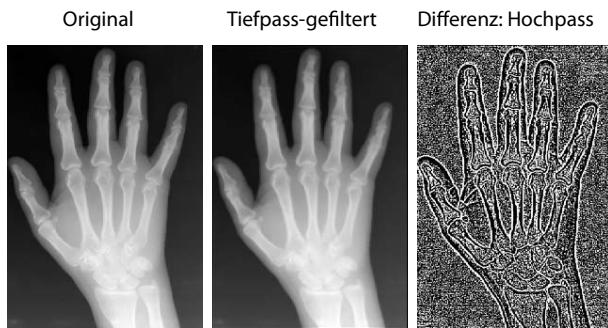


Abbildung 10.89: Hoch- und Tiefpass Filter am Beispiel eines Röntgenbildes.

Abb. 10.89 zeigt den Effekt eines Tief- und eines Hochpass Filters am Beispiel des Röntgenbildes einer Hand. Das Hochpass-gefilterte Bild zeigt sehr viel Rauschen, aber es stellt die Grenzen zwischen Gewebeteilen relativ klar dar.



Abbildung 10.90: "Unsharp-masking" eines Röntgenbildes.

Mit diesen Filtern verwandt ist das sogenannte "unsharp-masking". Hier werden die höherfrequenten Teile des Bildes leicht verstärkt und die niederfrequenten leicht abgeschwächt. Wie in Abb. 10.90 gezeigt, entsteht dadurch ein Bild mit etwas schärferen Kanten, ohne dass das SNR zu stark beeinträchtigt wird.

Abb. 10.91 vergleicht einige digitale Filter. Die

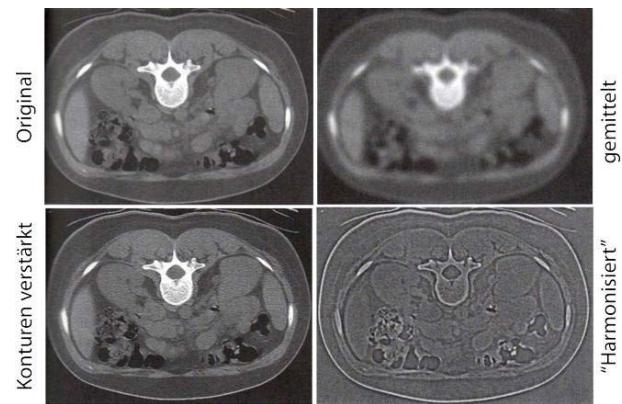


Abbildung 10.91: Anwendung unterschiedlicher digitaler Filter auf ein Schnittbild eines Brustkorbes.

"Harmonisierung" entspricht einem Hochpass-Filter.

10.6.3 Fourier-Zerlegung

In vielen Fällen ist es nützlich, die Faltung mit Hilfe der Fourier-Transformierten zu beschreiben. Dies kann einerseits die effizienteste mathematische Methode sein, und es ist nützlich für das Verständnis des entsprechenden Filters. Die Grundlagen dazu wurden bereits im Kapitel 10.5 diskutiert, insbesondere bei der Einführung der Modulations-Transferfunktion, welche im Fourier-Raum definiert ist.

Die Fouriertransformation \mathcal{F} aus dem direkten in den inversen Raum ist definiert als

$$\mathcal{F}\{f(x)\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int f(x) e^{-i2\pi kx} dx.$$

In zwei Dimensionen wird dies zu

$$\mathcal{F}^{(2)}\{f(x,y)\} = \frac{1}{2\pi} \iint f(x,y) e^{-i2\pi k_x x} e^{-i2\pi k_y y} dx dy.$$

Abb. 10.92 zeigt graphisch die zweidimensionale Fouriertransformation eines Rechtecks und eines Gitters. Auf der rechten Seite ist jeweils ein eindimensionaler Schnitt durch den Fourier-Raum gezeigt, auf einer logarithmischen Skala. Im oberen Bild entspricht das Objekt einem Rechteck, die

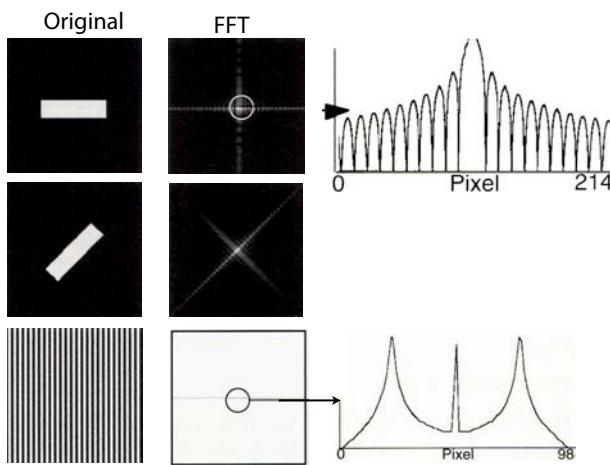


Abbildung 10.92: Zweidimensionale Fouriertransformation.

Fouriertransformierte ist deshalb eine sinc-Funktion. Da es sich um eine lineare Transformation handelt, ist die Fouriertransformierte eines rotierten Objekts gleich dem rotierten Bild der Fouriertransformierten.

10.6.4 Geometrische Transformationen

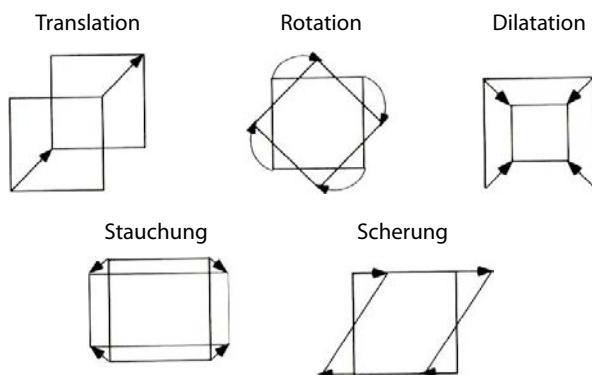


Abbildung 10.93: Geometrische Transformationen.

In vielen Fällen müssen die Bilder oder Teile davon auch geometrisch transformiert werden. Mögliche Gründe umfassen eine Verzerrung, z.B. auf Grund von nichtlinearen Gradienten in der MRI oder die Korrektur von Bewegungen des Patienten. Die einfachste Operation ist hier die Skalierung, in der die Koordinaten entlang der beiden Achsen mit einem

festen Faktor s_x, s_y skaliert werden:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Hier stellen x, y die ursprünglichen Koordinaten eines Bildpunktes dar, x', y' die skalierten. Eine Translation kann dargestellt werden als

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \end{pmatrix}$$

und eine Scherung in x -Richtung als

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & m_x \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

und in y -Richtung als

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ m_y & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Bei einer Rotation muss die Transformation so aussehen:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Für dreidimensionale Datensätze wird dies entsprechend auf drei Dimensionen erweitert. Für den Vergleich mit zweidimensionalen Bildern oder für die graphische Darstellung müssen die Datensätze auf eine zweidimensionale Form überführt werden, z.B. durch Projektion (→ 10.5.2).

10.6.5 Warping

Eine Art von Transformationen, welche für die Entzerrung von Bildern geeignet ist, verschiedene Arten von Bildern übereinander zu legen, oder um Bewegungsartefakte zu eliminieren, ist das “Image Warping”².

Dafür müssen zunächst Ankerpunkte identifiziert werden, welche in beiden Bildern erkennbar sind. Man verwendet dafür teilweise externe Marker, welche vor der Aufnahme am Körper des Patienten befestigt werden, oder anatomisch klar erkennbare

²Englisch: warp = verformen, verzerren.

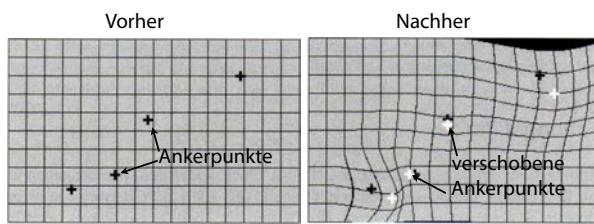


Abbildung 10.94: "Warping": Entzerrung.

Punkte. Für diese Markerpunkte wird zunächst die notwendige Translation berechnet.

Zusätzlich sollen die Umgebungen dieser Markerpunkte aufeinander abgebildet werden. Dazu wird das Bild in der Nähe der Ankerpunkte elastisch verformt, wobei die Verschiebung mit zunehmendem Abstand vom Ankerpunkt abnimmt. Sind zwei benachbarte Ankerpunkte stark unterschiedlich verschoben, so erhält man im Gebiet dazwischen eine relativ starke Verformung der Geometrie. In Abb. 10.94 ist das für den Bereich zwischen den beiden unteren Ankerpunkten der Fall.

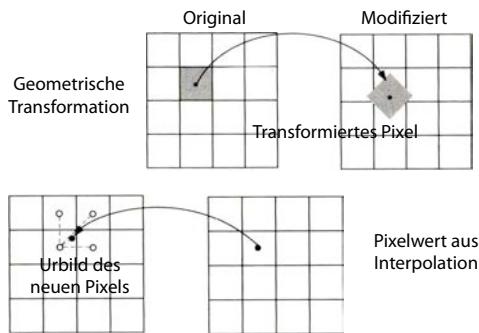
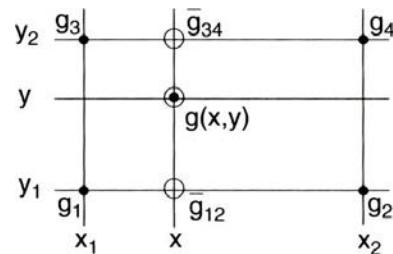


Abbildung 10.95: Bestimmung des Pixelwertes in einem neuen Gitter.

Nach einer geometrischen Transformation befinden sich die Pixel normalerweise nicht in einem äquidistanten Raster. Für eine Darstellung müssen sie auf ein neues Raster transformiert werden, welches äquidistant ist, d.h. es müssen die Pixelwerte im äquidistanten Raster bestimmt werden. Dafür werden die Positionen der neuen Rasterpunkte im Original bestimmt, durch Inversion der geometrischen Transformation. Dort werden die Intensitäten aus den benachbarten Pixelwerten interpoliert.

Eine einfache Interpolationsmethode ist das bili-


 Abbildung 10.96: Bilineares Interpolationsverfahren: Der Wert von $g(x,y)$ soll bestimmt werden.

neare Verfahren. Abb. 10.96 zeigt das Vorgehen: g_1, g_2, g_3, g_4 sind die Stützstellen, deren Werte bekannt sind, und $g(x,y)$ soll bestimmt werden. Beim bilinearen Verfahren wird zunächst in einer Richtung interpoliert - im Beispiel von Abb. 10.96 in x -Richtung. Es werden somit die Werte \bar{g}_{12} und \bar{g}_{34} bestimmt:

$$\begin{aligned}\bar{g}_{12} &= g_1 + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}(g_2 - g_1) \\ \bar{g}_{34} &= g_3 + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}(g_4 - g_3)\end{aligned}$$

und daraus durch Interpolation in y -Richtung

$$g(x,y) = \bar{g}_{12} + \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}(\bar{g}_{34} - \bar{g}_{12}).$$

10.6.6 Bildanalyse

Diagnostische Daten eines Patienten können mehrere Hundert bis mehrere Tausend Bilder umfassen. Die Speicherung, Verarbeitung, Darstellung und Interpretation dieser Daten stellt eine eigene Herausforderung dar, welche in zunehmendem Masse die Möglichkeiten der elektronischen Datenverarbeitung nutzt. Digitale Auswertung dient gleichzeitig dem Zweck, eine möglichst objektive Analyse zu erreichen. Wichtig ist auch, die Bilddaten in einem Format abzuspeichern, welches auf verschiedenen Systemen lesbar ist. Dazu existieren Standards, z.B. DICOM³

³Digital imaging and communications in medicine (DICOM) version 3.0. ACR-NEMA Standards Publication No. 300-1999, 1999.

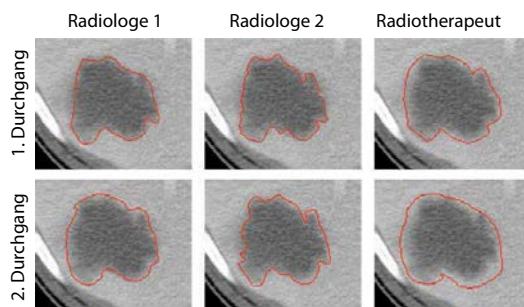


Abbildung 10.97: Bestimmung der Grenzen einer Läsion in der Leber durch drei Experten zu zwei unterschiedlichen Zeiten.

Zu den wichtigsten Aufgaben der Bildverarbeitung, bei der sowohl Menschen wie Programme Schwierigkeiten haben, gehört die Abgrenzung von erkranktem Gewebe. Abb. 10.97 zeigt als Beispiel die Variation ($\approx 10\%$) welche in der Bestimmung von Grenzen des geschädigten Gewebes gefunden werden. Es handelt sich in allen sechs Bildern um die gleiche CT Aufnahme einer Leber. Die Grenzen wurden von drei unterschiedlichen Experten zu zwei unterschiedlichen Zeiten gezogen.

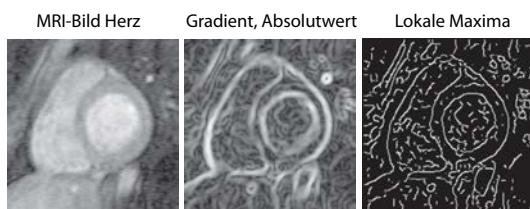


Abbildung 10.98: Automatische Bestimmung der Grenzen als Maxima des Gradienten.

Automatische Methoden können z.B. die Maxima des Gradienten oder des Laplace-Operators markieren. In der Praxis ist ihr Nutzen oft beschränkt durch Bildrauschen und andere Artefakte. Für eine sichere Erkennung wird meist zusätzlich Information, wie zum Beispiel eine zweite Bildgebungs-Modalität oder ein Modell des zu deektierenden Organs benötigt.

Abb. 10.99 zeigt ein Beispiel, bei dem zwei unterschiedliche Bild-Modalitäten verwendet werden: Im

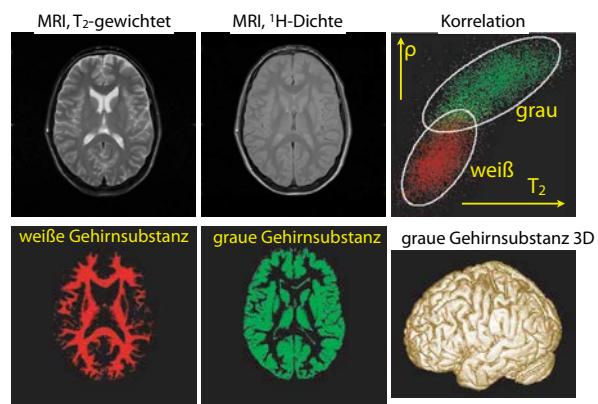


Abbildung 10.99: Automatische Bestimmung der Grenzen über zwei unterschiedliche Bildmodalitäten.

ersten MRI-Bild sind die Pixel mit der transversalen Relaxationszeit der Protonen gewichtet, im zweiten mit der reinen Protonendichte. Aus den einzelnen Modalitäten ist eine Zuordnung zu weißer oder grauer Substanz schwierig. Betrachtet man jedoch die Verteilung der Pixel im zweidimensionalen Parameterraum, so zerfallen die Werte grob in zwei Bereiche, welche teilweise überlappen. Der eine Bereich entspricht der weißen Gehirnsubstanz, der andere der grauen.

Anhand dieser Daten kann für die einzelnen Pixel eine Zuordnung zu weißer oder grauer Gehirnsubstanz erfolgen, wobei im überlappenden Bereich die Zuordnung unsicher ist. Das Resultat kann anschließend in der Form von Schnittbildern oder als Oberfläche des 3D Objektes dargestellt werden.

10.6.7 Qualität und Interpretation

Das wichtigste Kriterium für die Beurteilung der Qualität eines diagnostischen Bildes ist in vielen Fällen, ob der Arzt die Daten korrekt interpretieren kann.

Auf Grund der vorliegenden Daten soll der Radiologe entscheiden, ob ein bestimmter Befund vorliegt oder nicht. Im relativ einfachen Fall eines einzelnen Kriteriums wird man somit einen Grenzwert festlegen. Liegt ein Patient oberhalb dieses Grenzwertes, so ist der Befund positiv, unterhalb negativ. Die

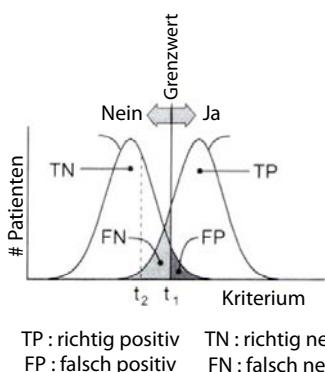


Abbildung 10.100: Entscheidungsgrundlagen bei Vorliegen eines einzelnen Kriteriums.

beiden gaußförmigen Kurven in Abb. 10.100 stellen die Verteilung der Werte für die Patientengruppen mit positivem, respektive negativem Befund dar. Im Idealfall einer perfekten Diagnose wären die beiden Kurven getrennt und man würde den Grenzwert dazwischen legen.

In Wirklichkeit gibt es fast immer eine Überlappung der beiden Kurven und damit falsche Diagnosen: diejenigen Patienten ohne Befund, welche oberhalb des Grenzwertes liegen, werden als ‘false positive’ (FP) bezeichnet, diejenigen unterhalb mit ‘true negative’. Bei den Patienten mit Befund teilt der Grenzwert die Kurve in den Bereich ‘false negative’ und ‘true positive’. Für normierte Verteilungskurven gilt

$$TP + FN = 1 \quad FP + TN = 1.$$

Je höher der Grenzwert liegt, desto weniger positive Diagnosen gibt es. Damit nimmt der Anteil der falsch positiven Diagnosen ab (der Anteil der roten Kurve oberhalb des Grenzwertes), aber auch der Anteil der richtig positiven Diagnosen (der Anteil der blauen Kurve oberhalb des Grenzwertes). Der Anteil an richtig positiven Befunden entspricht der Empfindlichkeit der Methode. Der Anteil an falsch positiven Diagnosen entspricht der inversen Spezifität ($=1-FP$). Die Kurve, welche durch die unterschiedlichen Punkte im Diagramm der rechten Hälfte erzeugt wird, wird ROC-Kurve (Receiver Operating Characteristic) genannt.

Sind die beiden Verteilungen identisch, erfolgt ein

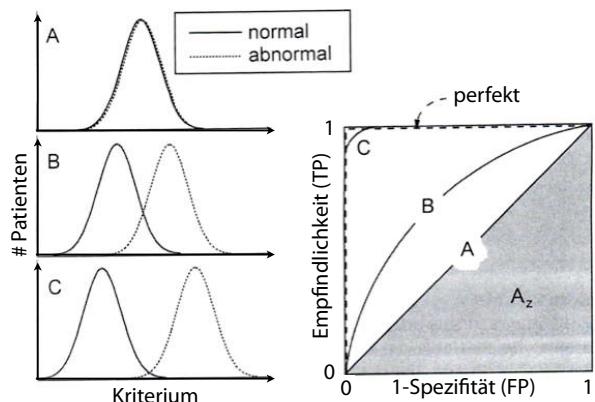


Abbildung 10.101: Unterschiedlich gut getrennte Gruppen und zugehörige Entscheidungskurven.

Entscheid bei der Zuordnung rein statistisch, ist also zu 50 % korrekt. Dies ist in Abb. 10.101 durch den Fall A dargestellt. Die ROC Kurve entspricht hier der Diagonalen, teilt also das Quadrat in zwei gleich große Hälften. Die dunklere Hälfte unterhalb der Diagonalen entspricht dem Anteil der richtigen Diagnosen (50 %).

Mit zunehmendem Abstand der Kurven (B, C) wird die Entscheidung sicherer. Die Zahl der korrekten Entscheide entspricht der Fläche unterhalb der Kurve, welche von 0.5 bis auf (beinahe) 1.0 ansteigt (A→B→C).

10.7 Tomographie

10.7.1 Prinzip

Die Tomographie bestimmt die 3D-Struktur eines Objekts aus einer Vielzahl von 2D Projektionen. Das Wort ist eine Kombination der beiden griechischen Wörter tome (Schnitt) und graphein (schreiben).

Die grundlegende Idee ist, das Objekt aus unterschiedlichen Projektionswinkeln abzutasten und durch anschließende Rekonstruktion das Bild zu erhalten. Dies erlaubt einem, unter anderem, anstelle von Projektionen, in denen sich Objekte überlappen, Schnittbilder durch das 3D Objekt zu berechnen. Das Prinzip wird inzwischen in den meisten dia-

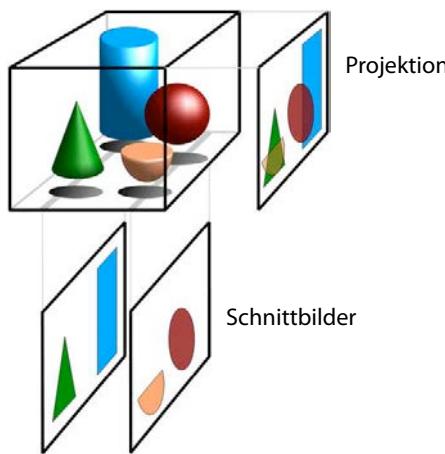


Abbildung 10.102: Prinzip der Tomographie.

gnostischen Techniken verwendet. Beispiele werden beim Röntgen, MRI, Ultraschall und in der Nukleardiagnostik diskutiert.

Für die Rekonstruktion der 3D Form aus den einzelnen Projektionen gibt es zwei Arten von Konstruktionsverfahren: die iterative Rekonstruktion und die Rekonstruktion basierend auf Integraltransformationen, wie der Radon-Transformation. Die iterative Rekonstruktion war historisch wichtig, sie wurde in den Anfängen der CT benutzt. Heutzutage wird sie nur noch in der Nukleardiagnostik verwendet.

10.7.2 Iterative Rekonstruktion

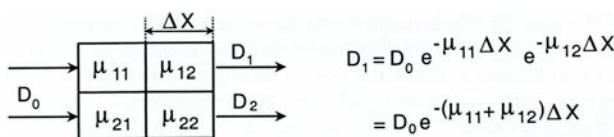


Abbildung 10.103: Einfaches Objektmodell und zugehörige Dosiswerte.

Um die iterative Rekonstruktion zu verdeutlichen, wird ein einfaches **Objektmodell** betrachtet (Abb. 10.103). Die Schwächung der Röntgenstrahlung erfolgt nach dem Schwächungsgesetz. Für D_1 erhält man

$$D_1 = D_0 e^{-(\mu_{11} + \mu_{12}) \Delta x}$$

oder

$$\frac{1}{\Delta x} \cdot \ln(D_0/D_1) = \mu_{11} + \mu_{12}.$$

Die einfallende Dosis D_0 ist bekannt, die Dicke Δx eines Pixels ebenso. Gemessen wird D_1 , also erhält man mit dem Messwert die Summe der auf dem Projektionsstrahl liegenden linearen Schwächungskoeffizienten. Allgemeiner ist der Messwert die Projektion der zweidimensionalen Verteilung der linearen Schwächungskoeffizienten μ_{ij} .

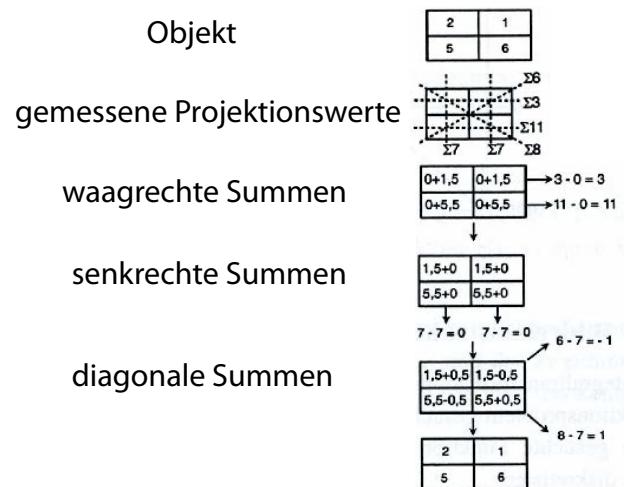


Abbildung 10.104: Schema der iterativen Rekonstruktion.

Um ein Bild des Objektes selber zu erhalten, muss diese Projektion invertiert werden: aus den gemessenen Projektionswerten D_i soll die Verteilung der Schwächungskoeffizienten μ_{ij} berechnet werden. Das prinzipielle Vorgehen ist in Abb. 10.104 skizziert. Ausgehend von einer beliebigen Anfangsverteilung werden die Pixel in einer Projektionsrichtung so korrigiert, dass die Messwerte herauskommen. Das ganze wird iterativ für alle gemessenen Projektionsrichtungen durchgeführt.

Abb. 10.105 zeigt, wie die Qualität des Bildes mit der Zahl der Projektionen zunimmt.

10.7.3 Radon-Transformation

Die wichtigste Grundlage für die Rekonstruktion über Integraltransformationen ist eine Arbeit von

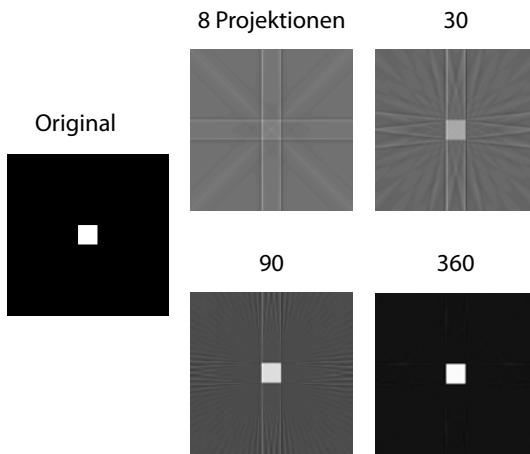


Abbildung 10.105: Rückprojektion für zunehmende Anzahl von Projektionen.

J. Radon mit dem Titel "Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integrale längs gewisser Mannigfaltigkeiten", welche 1917 veröffentlicht wurde. Vergleichbare Arbeiten gab es allerdings bereits von Hendrik Antoon Lorentz (1853 - 1928), und das Prinzip wurde auch von Allan McLeod Cormack (1924 - 1998) wiederentdeckt und schließlich nochmals von Godfrey Newbold Hounsfield (1919 - 2004), der es erfolgreich umsetzte und marktreife Geräte entwickelte.

Die Idee ist, eine beliebig integrierbare Funktion $g(x,y)$ durch Linienintegrale über ihr Definitionsbereich zu beschreiben. Die Gesamtheit aller **Projektionen**

$$p_\theta(\xi) := \int_{-\infty}^{\infty} d\eta g(x,y),$$

welche die einzelnen Messungen beschreiben, wird als **Radontransformierte** bezeichnet. Hier bezeichnen η und ξ die Koordinaten des (um θ) gedrehten Systems (siehe Abb. 10.106).

Ein quantitatives Beispiel ist die Projektion der Funktion $f(x,y)$, die in einem kreisförmigen Gebiet (Radius R_0) den Wert a besitzt und ansonsten Null ist. Die Projektion ergibt

$$p_\theta(x) = \begin{cases} 2a\sqrt{R_0^2 - x^2} & |x| \leq R_0 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

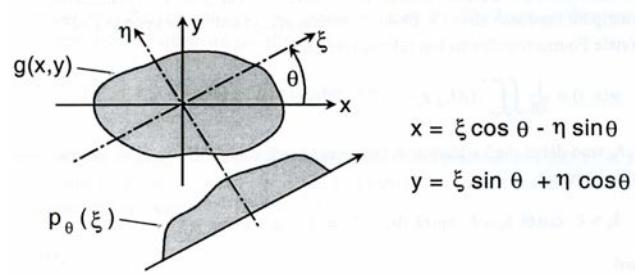


Abbildung 10.106: Projektion einer zweidimensionalen Funktion.

Die Projektion $p_\theta(x)$ stellt somit eine Ellipsenhälfte dar, unabhängig vom Winkel θ .

10.7.4 Zentralschnitt-Theorem

Um aus den Messdaten das Objekt zu rekonstruieren, kann man das **Zentralschnitt-Theorem** (auch als **Fourier-Scheiben-Theorem** bekannt) verwenden. Es lautet:

Die bei einem Schnitt durch die zweidimensionale Fourier-Transformierte $G(k_x, k_y)$ von $g(x,y)$ unter dem Winkel θ sich ergebende Funktion $G_\theta(k)$ ist gleich der eindimensionalen Fourier-Transformierten der Projektion $p_\theta(\xi)$:

$$P_\theta(k) = \mathcal{F}\{p_\theta(\xi)\} = G_\theta(k).$$

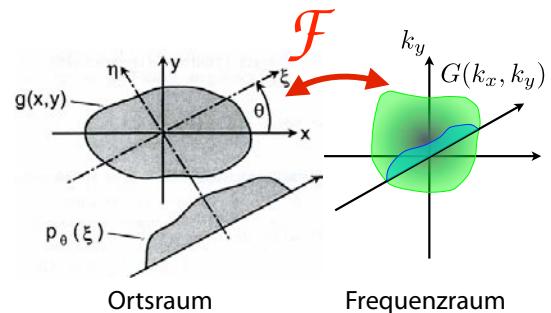


Abbildung 10.107: Veranschaulichung des Zentralschnitt-Theorems.

Die Rekonstruktion des Bildes kann also wie folgt durchgeführt werden: Durch eindimensionale

Fourier-Transformation aller gemessenen Projektionen kann die zweidimensionale Fouriertransformierte $G(k_x, k_y)$ von $g(x, y)$ zusammengesetzt werden. Die gesuchte Bildfunktion $g(x, y)$ erhält man durch die inverse Fourier-Transformation von $G(k_x, k_y)$.

10.7.5 Gefilterte Rückprojektion

Die Radontransformation beziehungsweise das Zentralschnitt-Theorem kann auch so gedeutet werden, dass das Spektrum $P(k, \theta)$ mit der **Filterfunktion** $|k|$ gefiltert worden ist. Wir berechne dafür die rekonstruierte Bildfunktion

$$g(x, y) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{+\infty} dk_x dk_y G(k_x, k_y) e^{i2\pi(xk_x + yk_y)}$$

aus der Funktion im k -Raum in einem polaren Koordinatensystem (k, θ) :

$$\begin{aligned} g(x, y) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi d\theta \int_{-\infty}^{\infty} dk P_\theta(k) |k| e^{i2\pi k \xi} \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi d\theta p_\theta(\xi) * F^{-1}\{|k|\}. \end{aligned}$$

Diese Rückprojektion entspricht einer Faltung. Der **Faltungskern** $F^{-1}\{|k|\}$ ist unabhängig vom Projektionswinkel, das heißt alle Projektionen werden mit dem gleichen Kern gefaltet. Man kann dies qualitativ verstehen, wenn man berücksichtigt, dass im Zentrum des kartesischen Koordinatensystems die Stützstellen der Zentralschnitte sehr viel näher liegen als bei großen Abständen.

Diese Betrachtung eröffnet die Möglichkeit, statt des "richtigen" Kerns eine **modifizierte Filterfunktion** zu verwenden, die die hohen und mittleren Ortsfrequenzen unterschiedlich stark anheben. Verwendet werden glättende und hochauflösende Filter beziehungsweise Faltungskerne.

Die gefilterte Rückprojektion muss für die Praxis diskretisiert werden. Ein Vorteil der gefilterten Rückprojektion besteht darin, dass direkt nach dem Erfassen der ersten Projektion schon mit der Faltung und Rückprojektion begonnen werden kann.

Abbildung 10.108 zeigt ein Beispiel für den Einfluss der Filterung auf ein punktförmiges Objekt.

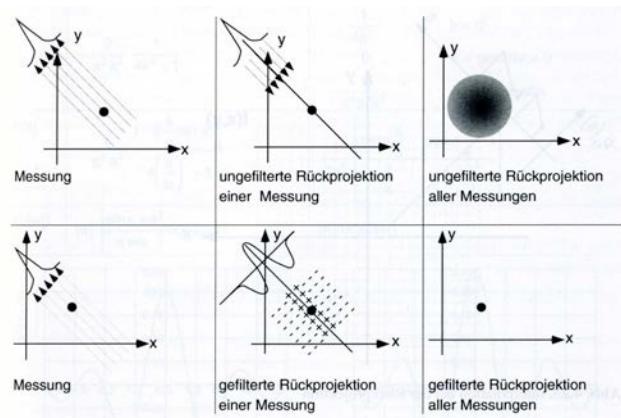


Abbildung 10.108: Vergleich einer gefilterten und einer ungefilterten Rückprojektion.

10.8 Molekulare Bildgebung

10.8.1 Konzept

Der Begriff "molekulare Bildgebung" (englisch: molecular imaging) bezeichnet die Erforschung physiologischer Prozesse und die Diagnose von Krankheiten auf molekularer Ebene mittels bildgebender Verfahren. Das Gewicht wird somit von der Abbildung von Organen zur Messung von Verteilung von Molekülen und ihren Umwandlungsprozessen verschoben.

Im Idealfall geschieht dies am lebenden Organismus in Echtzeit. Die Motivation dafür stammt aus der Möglichkeit, bestimmte Krankheiten und Fehlfunktionen auf anomale Konzentrationen bestimmter Moleküle zurückzuführen. So wird beispielsweise die Alzheimer-Krankheit auf die Ablagerung von (makro-)molekularer Plaque im Gehirn der Patienten zurückgeführt.

Das Ziel der molekularen Bildgebung ist es, diese molekularen Signaturen von Krankheiten zu detektieren und für die medizinische Diagnose zu nutzen. Im Idealfall lassen sich damit Krankheiten bereits vor dem Ausbruch der ersten Symptome diagnostizieren und therapiieren. Im Fall der Alzheimer-Erkrankung zeigt sich die Ablagerung der Plaques bereits Jahre vor den klinischen Symptomen.

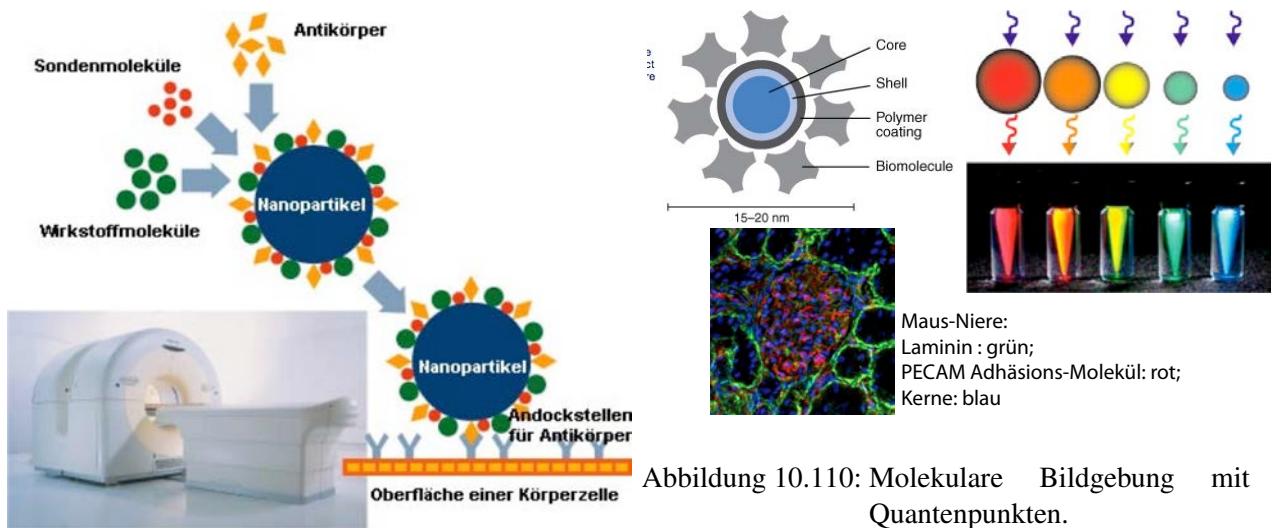


Abbildung 10.109: Prinzip der molekularen Bildgebung.

10.8.2 Implementationen

Die Grundlage für die molekulare Bildgebung liegt häufig in einem Atom, Molekül oder Nanopartikel, das leicht zu detektieren ist und mit einer „Zielfindungseinheit“ verbunden ist. Die Zielfindungseinheiten sind spezifisch für molekulare Marker bestimmter Krankheiten. Nach dem Schlüssel-Schloss-Prinzip binden sie mit möglichst hoher Selektivität am kranken Gewebe und bewirken so eine Anreicherung der an sie gebundenen signalgebenden Moleküle. Diese können von außen mittels bildgebender Verfahren detektiert und lokalisiert werden. Ein Beispiel für die funktionelle molekulare Bildgebung ist die Apoptose-Bildgebung.

Am weitesten fortgeschritten und etabliert ist die molekulare Bildgebung mit Radionukliden (→ Kapitel 13). Heute sucht man nach Alternativen dazu, welche weniger invasiv und vielleicht auch preiswerter sind. Kandidaten sind die Magnetresonanztomografie, die Sonografie (Bildgebung durch Ultraschall) und optische Verfahren (meist mittels Fluoreszenz). Für diese Techniken geeignete Sonden umfassen magnetische Nanopartikel für die MRI, „Microbubbles“ für die Ultraschall-Bildgebung oder Fluoreszenzmarker wie Luciferin für die optische Bildgebung (Biolumineszenz). Abb. 10.110 zeigt als weitere Möglichkeit unterschiedliche Quantenpunk-

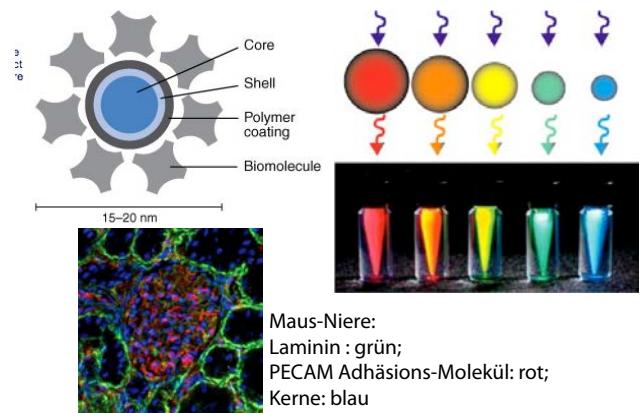


Abbildung 10.110: Molekulare Bildgebung mit Quantenpunkten.

te, welche bei unterschiedlichen Wellenlängen Photolumineszenz zeigen.

Die gleiche Vorgehensweise eignet sich auch für die Therapie: molekulare Marker werden eingeführt, so dass sie mit Hilfe von Hochfrequenz-Magnetfeldern erhitzt werden können, mit Ultraschall zerschossen oder mit ultraviolettem Licht aktiviert werden können.