

7. Übung zur Festkörperphysik WS 2016/17

Ausgabe: 02.12.2016

Abgabe: bis 09.12.2016 12:00 Uhr

Briefkästen: 247-249

Prof. Dr. D. Suter

Aufgabe 1: Singularität in Zustandsdichte von optischen Phononen 3 Punkte

Nehmen Sie an, dass ein optischer Phononenzweig im Dreidimensionalen nahe $k = 0$ eine Dispersionsrelation der Form $\omega_k = \omega_0 - Ak^2$ hat.

- Bestimmen Sie die Zustandsdichte aus der Dispersionsrelation.
- Diskutieren Sie, unter welchen Bedingungen Singularitäten in der Zustandsdichte auftauchen.
- Fertigen sie eine Skizze der resultierenden Zustandsdichte an.

Aufgabe 2: Wärmeausdehnung von Helium

3 Punkte

Aus der Vorlesung ist bekannt, dass eine Wärmeausdehnung bei Annahme eines rein harmonischen Potentials nicht stattfindet. Erst durch Betrachtung höherer Ordnungen im Potential (also bei anharmonischen Potentialen) kann eine Ausdehnung berechnet werden.

Um dies zu untersuchen, betrachten Sie nun das Lennard-Jones-Potential, welches von Blatt 5 bekannt ist.

$$V(r) = \epsilon \left[\left(\frac{r_m}{r} \right)^{12} - 2 \left(\frac{r_m}{r} \right)^6 \right] \quad (1)$$

mit der Ruhelage im Minimum r_m .

- Entwickeln Sie das Lennard-Jones-Potential für den allgemeinen Fall bis zur 3. Ordnung.
- Für Helium gelten folgende Parameter: $r_m \approx 290 \text{ pm}$ und $\epsilon/k_B \approx 10 \text{ K}$. Wo liegen die Schwingungsmittelpunkte der Atome mit Energien $E = -c \cdot \epsilon$ (Skalierungsfaktor $c = [99\%, 95\%, 90\%]$)
- i) Skizzieren Sie das Potential und zeichnen Sie Teilchen verschiedener Energien und ihre Mittelpunkte ein. Interpretieren Sie die Ergebnisse aus b).
- ii) Wie verhält sich die Situation bei einem harmonischen Potential?

Aufgabe 3: Moden einer endlichen linearen Kette

3 Punkte

Gegeben ist eine eindimensionale Kette aus N gleichen Atomen im Gleichgewichtsabstand a . Die Atome sind jeweils über eine Federkonstante D an ihre direkten Nachbarn gekoppelt und können Schwingungen ausführen. Die Auslenkung $u_n(x, t)$ beschreibt dabei die Abweichung von der Gleichgewichtsposition des n -ten Atoms.

- Berechnen Sie die Eigenmoden der Kette der Länge $N = 5$ für den Fall,
 - dass periodische Randbedingungen vorliegen.
 - dass die beiden Atome an den Enden der Kette fest sind.

Verwenden Sie dazu den Ansatz $u_n(x, t) = \hat{u}_n \exp[i(kx - \omega t)]$.

- Welches Verhalten erwarten Sie bei den beiden Ketten aus a), wenn deren Längen makroskopische Ausmaße annehmen?