

# 1 Einleitung

<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Allgemeines und Organisation</b>	<b>2</b>
1.1.1 Inhalt	2
1.1.2 Publikum	2
1.1.3 Ziele	2
<b>1.2 Mögliche Inhalte</b>	<b>4</b>
1.2.1 Geschichtliches	2
1.2.2 Phasen	4
1.2.3 Nichtlokalität	6
1.2.4 Schrödinger's Katze	7
1.2.5 Der quantenmechanische Messprozess	7
1.2.6 Quantencomputer	8

## 1.1 Allgemeines

### 1.1.1 Inhalt

Steht noch nicht fest!

Allgemein: Voraussagen der Quantenmechanik, die

- nicht intuitiv erscheinen
- mit unserer Anschauung im Widerspruch stehen
- sich von der klassischen Physik unterscheiden
- experimentell überprüfbar sind und auch schon überprüft wurden, resp. werden.

Wünsche möglich: aktuelle Themen, ...; deshalb wichtig: Beteiligung der "Zuhörer".

Literatur: nur für einzelne Themen möglich, jeweils Original- oder Übersichtsartikel; zusätzlich: Standard-Lehrbücher der Quantenmechanik. Ein interessantes, wenn auch z.T. sehr spekulatives und teilweise sehr anspruchsvolles Buch ist Hans Primas: Chemistry, Quantum Mechanics and Reductionism (Springer).

### 1.1.2 Publikum

Doktoranden, Diplomanden, Studenten; wer gehört wozu?

Zeiten:  $8^{15}$  -  $9^{45}$  ohne Pause ?

$8^{30}$  -  $10^{00}$  ohne Pause ?

### 1.1.3 Ziele

Die Widersprüche zwischen klassischer Physik und der Quantenmechanik sollen aufgedeckt und der Weg zu einem besseren Verständnis geebnet werden.

Es soll keine reine Vorlesung werden. Möglichst auch Diskussion / Seminarstil. Vor allem sollten Unklarheiten möglichst sofort beseitigt werden.

Die Teilnehmer sollen die Fähigkeit erwerben, die Literatur lesen und verstehen zu können. Da keine separaten Übungen stattfinden werden "Übungen" in die Vorlesung integriert werden. Fakultativ in der Form von Gruppenarbeiten.

### 1.1.4 Geschichtliches

1900 Max Planck: Schwarzkörper-Strahlung

1905 Albert Einstein: photoelektrischer Effekt

- 1913 Niels Bohr: Atommodell
- 1924 Louis de Broglie: Wellennatur der Materie
- 1927 Clinton Davisson und Lester Germer: experimentelle Bestätigung
- 1925 Werner Heisenberg: Matrixformalismus
- 1926 Erwin Schrödinger: Wellengleichung
- 1927 Werner Heisenberg: Unschärfeprinzip
- 1928 Paul A.M. Dirac: Vereinheitlichung des Formalismus

Damit waren die formalen Grundlagen der Quantenmechanik gelegt. Heutige Grundvorlesungen gehen selten über diesen Stoff hinaus. Natürlich wurde der Formalismus später modifiziert und weiterentwickelt, aber im Vergleich zu den Arbeiten der 20er Jahre handelt es sich dabei lediglich um kosmetische Änderungen oder Ausarbeitungen.

Die Interpretation des damit geschaffenen Formalismus hingegen begann damit erst und läuft auch heute noch weiter. Dieser Kampf um die Interpretation hat zu ernsthaften Auseinandersetzungen zwischen Physikern geführt. In den ersten Jahrzehnten fanden diese Auseinandersetzungen weitgehend auf theoretischer Ebene statt, vor allem über die Entwicklung von Gedankenexperimenten. Darunter versteht man Vorschläge für Experimente, die zunächst aber nicht realisiert werden können oder nicht realisiert werden. Während viele dieser Gedankenexperimente zunächst als nicht realisierbar konstruiert worden waren hat die Experimentiertechnik inzwischen derartige Fortschritte gemacht dass sie doch realisiert wurden. Während einige der Gedankenexperimente konstruiert worden waren um zu zeigen, dass die Quantenmechanik absurd war und noch korrigiert werden mußte zeigten die experimentellen Realisierungen jedesmal an, dass die Voraussagen der Quantenmechanik richtig sind.

## 1.2 Mögliche Inhalte

### 1.2.1 Phasen von Zustandsfunktionen; Aharonov-Bohm Effekt

Eine quantenmechanische Zustandsfunktion ist bekanntlich immer nur bis auf eine Phase definiert, d.h. der gleiche Zustand kann auch durch die Funktion  $\psi' = e^{i\alpha} \psi$  beschrieben werden. Dies sieht man z.B. daraus, daß der Erwartungswert

$$\langle A \rangle = \langle \psi | A | \psi \rangle = \langle \psi' | A | \psi' \rangle = \langle e^{i\alpha} \psi | A | e^{i\alpha} \psi \rangle = \langle \psi | A | \psi \rangle = \langle A \rangle$$

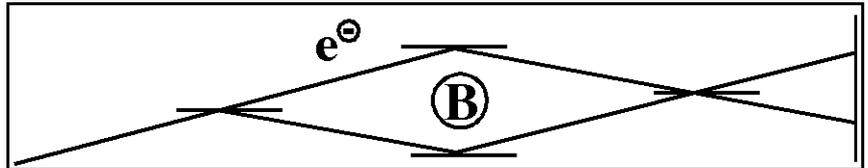
für beide Funktionen der gleiche ist.

Andererseits ist für eine Zustandsfunktion, die Eigenfunktion eines Hamiltonoperators ist, die Phase eine Art Uhr, welche die Zeitentwicklung darstellt:

$$\psi(t) = \psi(0) e^{-iHt}.$$

Es ist also gerade die Phase, welche die Zeitentwicklung enthält. Eine Multiplikation mit einem beliebigen Phasenfaktor  $e^{i\alpha}$  entspricht somit einer Verschiebung des Ursprungs der Zeit- oder Energieachse.

Ein berühmter Fall in dem die Phasen eines Zustandes sich anders verhalten als man vielleicht intuitiv erwarten würde, ist das



**Aharonov-Bohm Effekt.** Dabei wird ein Elektronenstrahl um eine Magnetfeldlinie geführt ohne selber mit dem Magnetfeld in Berührung zu kommen. Ausgehend von der klassischen Betrachtung würde man vermuten, daß das Magnetfeld keinen Einfluss auf die Bewegung des Elektronenstrahls haben kann, da sie räumlich getrennt sind. Die Quantenmechanik sagt aber, daß die Phase des Elektronenstrahls beim zweiten Strahlteiler vom magnetischen Fluss innerhalb des Parallelogramms abhängt. Diese Voraussagen konnten experimentell bestätigt werden. Man kann dies auf zwei Arten interpretieren: entweder als eine Fernwirkung des Magnetfeldes oder so dass in der Quantenmechanik nicht den elektromagnetischen Feldern  $E, D, H, B$  die wesentli-

che physikalische Bedeutung zukommt, sondern den Potentialen  $A$  und  $\phi$ . In diesem Beispiel ist das Vektorpotential nicht null und die Phasenverschiebung kann gemäß dem Stokes'schen Theorem nicht nur über das Integral des magnetischen Flusses berechnet werden, sondern auch als das Schleifenintegral des Vektorpotentials.

### 1.2.2 Berry's Phase

Ein verwandter Effekt ist **Berry's Phase**. Wie eingangs erwähnt ist die Wahl der Phase grundsätzlich beliebig. Michael Berry hat 1983 die Frage diskutiert wie die Phase eines quantenmechanischen Zustandes sich verändert wenn die Parameter des Systems adiabatisch verändert werden. Aufgrund der prinzipiell beliebig wählbaren Phase ist eine Beantwortung dieser Frage primär dann sinnvoll wenn der Zustand im Parameterraum über einen geschlossenen Weg geführt wird. Das klassische Beispiel für die Beschreibung dieses Problems ist ein Spin, also ein magnetisches Moment, welches sich in einem Magnetfeld befindet. Wenn der Spin parallel zum Magnetfeld orientiert ist befindet er sich in einem stationären Zustand.

Die Phase dieses Zustandes kann durch einen zusätzlichen Zeiger **Z: Spin auf Kugel, Phasenzeiger** markiert werden, der am Spin befestigt ist. Bei geeigneter Wahl der Parameter ist dieser Zeiger in einem konstanten Magnetfeld zeitunabhängig. Berry betrachtete nun den Fall daß der Betrag des Magnetfeldes konstant bleibt, die Richtung jedoch langsam variiert wird. Bereits vorher war bekannt daß der Spin dann der Richtung des Magnetfeldes folgt. Die Frage war jetzt, wie die Phase sich dabei verhält. Berry konnte zeigen, daß sie bei einer infinitesimalen Bewegung parallel verschoben wird. Die Konsequenzen davon kann man an folgendem einfachen Beispiel erkennen:

Wir betrachten einen Spin, der zunächst am Nordpol ist und dessen Phase in Richtung des 0-Grad Meridians nach Süden zeigt. Wir führen jetzt eine Verschiebung durch entlang dem 0-Grad Meridian, wobei die Richtung der Phase konstant gehalten wird. Wenn wir am Äquator eintreffen zeigt der Phasenzeiger immer noch nach Süden. Wir ändern jetzt die Richtung und bewegen uns entlang dem Äquator nach Osten, wobei der Phasenzeiger weiterhin nach Süden zeigt. Wenn wir die Erde zu einem viertel umrundet haben bewegen wir uns wieder nach Norden. Der Phasenzeiger zeigt dabei immer noch nach Süden. Bei der Ankunft am Nordpol zeigt er somit entlang dem 90-Grad Meridian nach Süden; gegenüber der anfänglichen Orientierung hat er sich um 90 Grad gedreht, obwohl der Transport lokal immer parallel war. **Z: Trajektorie auf der Kugel**

Eine genauere Betrachtung zeigt, dass diese Phasenänderung weder von der Stärke des Magnetfeldes abhängt, noch von der zeitlichen Abfolge mit der die Strecke durchlaufen wird. Die resultierende Phasendifferenz ist nichts anderes als ein Maß für die Krümmung der Oberfläche auf der der Spin bewegt wurde und wird als Berry-Phase bezeichnet.

Dieser Effekt hat eine fast unbegrenzte Zahl von verwandten Effekten. Dazu gehört das Foucault-Pendel, aber auch die Schwimmbewegung von Amöben. Viele dieser Beispiele waren schon vor der Arbeit von Berry bekannt, so z.B. Änderungen der Polarisation in der Optik oder merkwürdige Effekte im Schwingungsspektren von Molekülen. Berry's Ansatz hat jedoch dazu geführt, dass diese Beispiele durch einen gemeinsamen Formalismus erklärt werden konnten.

### 1.2.3 Nichtlokalität

In den Jahren 1925 und 1926 entwickelten bekanntlich Heisenberg und Schrödinger ihre Quantenmechanik, welche 1928 von Dirac vereinheitlicht wurde. Damit waren die wichtigsten formalen Grundlagen vorhanden. Die Interpretation hingegen wurde dadurch noch keineswegs festgelegt, und auch die Gültigkeit der Grundlagen war noch nicht gesichert. Ein wesentlicher Angriff kam 1935 von Einstein. Zusammen mit Podolsky und Rosen (EPR) stellte er die Frage, ob die Quantenmechanik überhaupt eine vollständige Theorie sein könne. (A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, '*Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete ?*', Phys. Rev. 47, 777 (1935).).

Ausgangspunkt der Überlegungen waren zwei Forderungen an die Theorie: Zum einen sollte sie mit der speziellen Relativitätstheorie im Einklang sein, d.h. sie sollte lokal sein. Die andere Annahme war folgende: Wenn von einem physikalischen System bekannt ist, was eine Messung einer physikalischen Größe ergeben muss, so kann diese Eigenschaft als physikalische Realität bezeichnet werden. EPR stellten nun die Forderung auf, daß eine physikalische Theorie über diese "Elemente der Realität" Aussagen machen sollte, und zwar sollte sie eine Aussage zu jedem derartigen Element machen, sonst müßte sie als unvollständig bezeichnet werden.

Sie betrachteten nur zwei Teilchen, die von einem gemeinsamen Ausgangszustand auseinanderfliegen. Durch Messungen an einem dieser Teilchen kann man dazu kommen, sichere Aussagen über die Resultate von Messungen zu machen, welche ein weiterer Experimentator zum gegebenen Zeitpunkt am anderen Teilchen durchführen kann. Wenn die beiden Teilchen räumlich getrennt sind und die Messungen gleichzeitig durchgeführt werden müssen die beiden Messungen unabhängig voneinander sein wenn die Relativitätstheorie gilt. Man kann nun zeigen, dass es Kombinationen von Messungen gibt, bei denen die Quantenmechanik Voraussagen über die Resultate der Messungen macht, die zu den genannten beiden Voraussetzungen im Widerspruch stehen. Daraus schlossen EPR dass die Quantenmechanik keine vollständige Theorie sei. Als einen möglichen Ausweg nahmen sie "verborgene Variablen" an, d.h. sie schlugen vor, dass bisher noch nicht gefundene Variablen (eine Art unsichtbare Farbe) den Ausgang der Messungen bestimmen. Das Ziel der weiteren Arbeiten wäre es dann gewesen, diese Variablen zu finden und damit eine vollständige Theorie zu erhalten.

Etwas später konnte Bell das Gedankenexperiment noch etwas verfeinern und gelangte zu einem Modell, welches erlaubte, quantitative Voraussagen über Messungen zu machen, unabhängig von der Art solcher "verborgener Variablen". Er konnte zeigen, dass geeignete Kombinationen von Messungen existieren, bei denen die Quantenmechanik Voraussagen macht, welche nicht mit "lokalen realistischen Theorien" in Übereinstimmung gebracht werden konnten, unabhängig von der Art der verwendeten "verborgener Variablen". Diese Bedingungen werden als Bell'sche Ungleichungen bezeichnet. Allerdings konnten diese Bedingungen nur durch Messungen an einzelnen Teilchen getestet werden. Zur damaligen Zeit konnte man sich solche Messungen noch nicht vorstellen. Erst in den 80er Jahren wurden solche Messungen möglich. Die Resultate dieser Messungen waren im Einklang mit der Quantenmechanik und belegten damit, dass die Natur nicht sowohl lokal als auch realistisch im Sinne von EPR sein kann.

Inzwischen gibt es eine große Zahl von Experimenten, welche dies belegen. Man muß also davon ausgehen, daß der Formalismus der Quantenmechanik korrekt ist, dass aber die Interpretation nicht so erfolgen kann wie EPR sie sich vorgestellt hatten. Es gibt eine Reihe von Ansätzen, wie man zu einer Interpretation kommen kann, welche sowohl mit dem Formalismus der QM, wie auch mit der Relativitätstheorie im Einklang ist und gleichzeitig unsere Vorstellungen von Realität so weit als möglich beibehält. So stellte David Bohm eine Theorie auf, welche eine Art quantenmechanisches Kraftfeld enthält, welches sich im Raum schneller als mit Lichtgeschwindigkeit ändern kann. Die experimentell beobachtbaren Ereignisse bleiben aber konsistent mit der Quantenmechanik und der speziellen Relativitätstheorie.

Experimente dieser Art werden jetzt auch durchgeführt, bei denen scheinbar ein Elementarteilchen an einem Ort vernichtet und an einem anderen in identischer Form wieder erzeugt werden. Diese Art von Experimenten wird in Anlehnung an gewisse Science-Fiction Filme als Quanten-Teleportation bezeichnet.

#### 1.2.4\_Schrödinger's Katze

Eine der bekanntesten Paradoxa der **Z / F: Schrödinger's Katze** Quantenmechanik ist sicher Schrödinger's Katze. In seinem Gedankenexperiment wird eine Katze mit 50%iger Wahrscheinlichkeit durch ein Giftgas getötet. Nach der Standardversion der Quantenmechanik befindet sich die Katze dann in einem Superpositionszustand zwischen "tote Katze" und "lebende Katze" bis eine Messung durchgeführt wird die zwischen den beiden Zuständen unterscheidet. Diese Interpretation ist sehr unbefriedigend, da damit überhaupt nicht klar ist, wie eine Messung aussehen muss um den Tod der Katze herbeizubringen: Kann dies durch ein einfaches Messinstrument geschehen, muss es ein Computer oder gar ein Mensch sein?

Experimente dieser Art können heute durchgeführt werden, wobei man nicht Katzen verwendet, sondern atomare Systeme oder Photonen. Man kann aus diesen Quantensystemen Superpositionen zwischen makroskopisch unterscheidbaren Zuständen erzeugen und beobachten wie sie in einen der Zustände zerfallen.

#### 1.2.5\_Der quantenmechanische Messprozess

Eng damit verwandt sind Fragen zum quantenmechanischen Messprozess. Die dabei auftretenden Fragen sind zwar weniger spektakulär als Schrödinger's Katze, sie haben aber direkte praktische Bedeutung. Ein Aspekt der hier diskutiert werden könnte, ist die Frage der Rückwirkung von Messungen auf das System.

Bekanntlich stört ja eine **Z: Beugung; Orts / Impulsunschärfe** Messung des Ortes den Impuls eines quantenmechanischen Systems.

Umgekehrt beeinflusst der Impuls den Ort des **Z: wiederholte Messung** Teilchens zu einem späteren Zeitpunkt. Somit

kann eine Ortsmessung eines freien Teilchens nicht mit beliebiger Genauigkeit mehrfach wiederholt werden.

Solche wiederholte Messungen sind aber bei bestimmten quantenmechanischen Variablen möglich, z.B. beim Impuls. Für kontinuierliche Messungen mit hoher Präzision ist es deshalb wichtig, solche Variablen zu messen. Ein Beispiel dafür ist hochpräzise Interferometrie, wie sie z.B. beim Nachweis von Gravitationswellen gemacht wird. Solche Messungen werden als QND-Messungen bezeichnet, für Quantum-Non-Demolition oder auf deutsch "rückwirkungsfreie Messungen". Sowohl "Quantum-Demolition" wie auch QND Messungen können verwendet werden in der Datenübertragung oder in bestimmten Präzisionsmessungen.

Damit verwandt sind auch sogenannte wechselwirkungsfreie Messungen. Dies sollte nicht ganz wörtlich genommen werden. Es handelt sich dabei um Vorschläge wie die Wechselwirkung mit dem System möglichst gering gehalten werden. Dabei wird die Präzision der Messung notwendigerweise auch abnehmen. Es ist aber möglich, die Wechselwirkung stärker zu reduzieren als die Präzision. Damit wird es möglich, durch Wiederholung der Messungen die Präzision aufrechtzuerhalten aber die gesamte Wechselwirkung praktisch beliebig zu reduzieren.

Auch damit verwandt sind Systeme bei denen die Unschärfe eines Zustandes bezüglich einer bestimmten Messung geringer sind als die Quantenmechanische Standard-Grenze, welche durch die Heisenberg'sche Unschärfenrelation gegeben ist.

Solche Systeme werden als "gequetschte Zustände" bezeichnet, weil das Rauschen für die konjugierte Variable größer ist als die "Standard-Quantenlimite".

**Z: Unschärfe-Ellipse**

### 1.2.6 Quantencomputer

Die Quantenmechanik ist bekanntlich eine lineare Theorie, d.h. sie erlaubt beliebige Superpositionszustände. Daraus entstand die Idee, einen Computer zu bauen, der sehr viel schneller sein könnte als ein klassischer Computer, indem er alle möglichen Eingabewerte gleichzeitig verarbeitet:

Man "füttert" ihn mit einem Superpositionszustand und führt die Rechenoperation auf diesem Superpositionszustand durch, d.h. an allen Zahlen gleichzeitig.

**Z: Superpositionszustand**

Neben einer umfangreichen theoretischen Literatur zu diesem Thema existieren auch eine Reihe von experimentellen Implementationen, welche allerdings bisher nicht zu einem funktionsfähigen Quantencomputer geführt haben.