

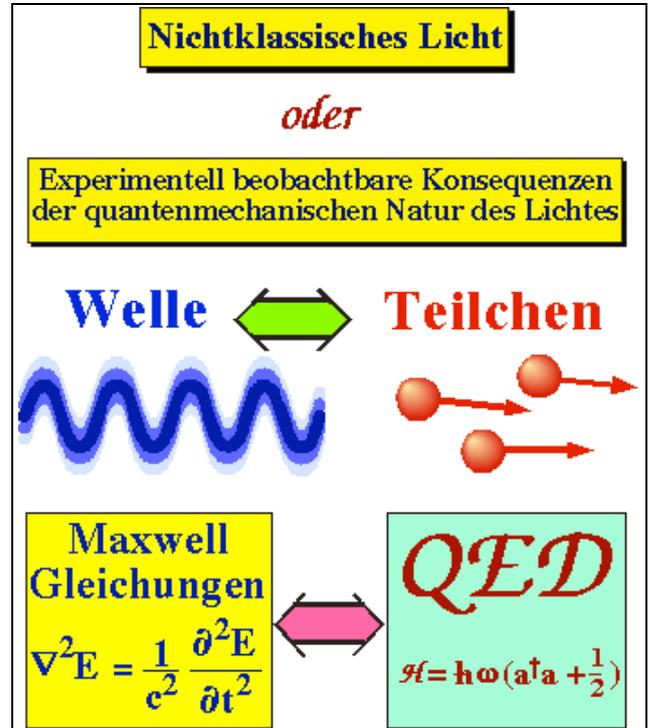
## **6. Nichtklassisches Licht**

<b>6. Nichtklassisches Licht</b>	<b>1</b>
<b>6.1 Einleitung</b>	<b>2</b>
6.1.1 Übersicht und Motivation	2
6.1.2 Grundlagen der Quantenelektrodynamik	3
6.1.3 QED vs. Maxwell	4
6.1.4 Unschärfe	6
6.1.5 Zustände einer Mode	7
6.1.6 Kohärente Zustände	7
<b>6.2 Photonenstatistik</b>	<b>10</b>
6.2.1 Phänomenologie	10
6.2.2 Intensitätskorrelation	12
6.2.3 Antibunching	13
6.2.4 Experimenteller Nachweis	14
6.2.5 Experimente mit einzelnen Photonen	18
6.2.6 Erzeugung von Fock-Zuständen	20
6.2.7 Das Einstein-Podolsky-Rosen Paradox	20
6.2.8 Verletzung der Bell'sche Ungleichungen für Photonenpaare	21
<b>6.3 Gequetschtes Licht</b>	<b>23</b>
6.3.1 Unschärfe von gequetschtem Licht	23
6.3.2 Erzeugung	24
6.3.3 Parametrischer Oszillator	25
6.3.4 Messung	26
6.3.5 Heterodyn-Detektion	27
6.3.6 Squeezing an Na	28
6.3.7 Anwendung: Interferometrie	29
6.3.8 Gravitationswellen	30
6.3.9 Nachweis von Gravitationswellen	31
6.3.10 Weitere Anwendungen	32
<b>6.4 Rückwirkungsfreie Messungen</b>	<b>33</b>
6.4.1 Rückwirkung	33
6.4.2 Optische QND Messungen	34
6.4.3 QND für Squeezing	35
6.4.4 Empfindlichkeitssteigerung mit QND	36

# 6.1 Einleitung

## 6.1.1 Übersicht und Motivation

Unter der Überschrift 'Nichtklassisches Licht' möchte ich einen Überblick geben über diejenigen Aspekte der Wechselwirkung von Licht und Materie, welche im Rahmen der Maxwell'schen Theorie der Strahlung nicht mehr diskutiert werden können. Grob vereinfacht geht es dabei um die Frage „Was ist Licht“, welche die Physiker schon seit Jahrhunderten beschäftigt. Insbesondere gab es einen langen Streit, ob Licht eine Welle sei, oder aus einem Strom von Teilchen bestehe.



*Die Natur des Lichtes*

**Welle oder Teilchen ?**

**Robert Hooke (1635-1703)**  
Beobachtet Interferenz und Beugung; Wellentheorie

**Isaac Newton (1642-1727)**  
Teilchentheorie mit Wellenaspekten

**Thomas Young (1773-1829)**  
**Augustin Jean Fresnel (1788-1827)**  
Wellentheorie erklärt Interferenzeffekte

**James Clerk Maxwell (1831-1879)**  
Elektrodynamik: Ausbreitung elektromagnetischer Wellen

**Max Karl Ernst Ludwig Planck (1858-1947)**  
1900: Erklärung der Schwarzkörperstrahlung mit Hilfe von 'Lichtquanten'

**Albert Einstein (1979-1955)**  
1905: Erklärung des photoelektrischen Effekts mit Hilfe von 'Lichtquanten'. Ab 1926 werden diese als 'Photonen' bezeichnet (G.N. Lewis).

Schon im 17. Jhd. wurden die ersten optischen Beugungsexperimente durchgeführt, welche eigentlich auf eine Wellennatur hindeuteten. Auch Newton beschäftigte sich intensiv mit der Frage. Er erklärte unter anderem die unterschiedlichen Farben des Lichtes mit einer Theorie, welche Wellen- und Teilchenaspekte mischte. Unterschiedliche Farben entsprachen bei ihm unterschiedlichen Teilchen, welche den Äther in Schwingungen versetzten. Der Wellenaspekt trat bei Newton später aber in den Hintergrund. Euler, und vor allem Young und Fresnel griffen die Wellentheorie wieder auf. Es gelang ihnen, Interferenz und Beugung damit zu erklären. Ihre größte Schwierigkeit war, dass damals nur Longitudinalwellen, v.a. Schallwellen, bekannt waren, also skalare Wellen. Damit war es aber nicht möglich, Polarisierungseffekte zu erklären, welche im 18. u. 19. Jahrhundert intensiv untersucht wurden. Mit dem Hinweis auf die Autorität Newton wurden sie deshalb heftig angegriffen. Die eigentlichen theoretischen Grundlagen für die Beschreibung des Lichtes als elektromagnetische Welle wur-

den im 19. Jahrhundert gelegt. Die Wellentheorie wurde durch die Beobachtung von Interferenz und Beugung bestätigt. Die Teilchennatur wurde durch die Beobachtung von Photoeffekt und Compton-Effekt bestätigt. Die Quantenelektrodynamik (QED) vereint die Wellen- und Teilchenaspekte des Lichtes.

den dann von Maxwell geschaffen, und Faraday und Hertz konnten zeigen, dass Licht als elektromagnetische Welle verstanden werden kann.

Die Maxwell Theorie hatte aber auch Schwierigkeiten, vor allem bei der Beschreibung der Wechselwirkung mit materiellen Systemen. Ein wichtiges Beispiel ist die sogenannte Abhängigkeit der von einem sogenannten schwarzen Strahler emittierten Leistung als Funktion von Temperatur und Wellenlänge. Im 19. Jh. war es nicht möglich, die gemessene Verteilung mit einem theoretischen Modell in Übereinstimmung zu bringen. Erst als Planck einen mathematischen Ansatz machte, bei dem er postulierte, dass die Energie der Strahlung nicht kontinuierlich, sondern in kleinen Paketen, sogenannten Quanten, emittiert werde, gelang es, die abgestrahlte Energie theoretisch zu berechnen. Diese Annahme wurde auch von Einstein bei der Erklärung des photoelektrischen Effektes verwendet.

Die Doppelnatur des Lichtes, nämlich die Wellennatur, bei der Ausbreitung, und die Teilchennatur bei der Wechselwirkung, konnte erst im Rahmen der Quantenelektrodynamik befriedigend überbrückt werden.

### 6.1.2 Grundlagen der Quantenelektrodynamik

Die quantenmechanische Theorie, welche das Verhalten des Lichtes befriedigend erklären kann, ist die Quantenelektrodynamik. Sie wurde in den Jahren 1928/9 von Dirac, Heisenberg und Pauli entwickelt und vor allem in den Jahren nach dem 2. Weltkrieg weiter entwickelt, von Leuten wie Tomonaga, Schwinger und Feynman.

Grundlage der QED ist eine Zerlegung des Feldes in Moden. Die Form der Moden wird durch die Randbedingungen bestimmt; beim Laser z.B. sind es Resonatorspiegel, welche die Randbedingungen definieren. Um Probleme im freien Raum zu diskutieren kann man die Schranken nach Unendlich laufen lassen. Wir diskutieren hier der Einfachheit halber eine ebene Welle, wobei das E-Feld in x-Richtung und das H-Feld in y-Richtung polarisiert sei:

$$\vec{E} = E_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{i(\omega t - k_z z)} \quad \vec{H} = H_0 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{i(\omega t - k_z z)} = E_0 \frac{k_z}{\mu_0 \omega} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{i(\omega t - k_z z)}.$$

Die Energiedichte eines solchen Feldes ist bekanntlich

$$w = \frac{1}{2} (\epsilon_0 E_0^2 + \mu_0 H_0^2) .$$

Unter Verwendung des Korrespondenzprinzips erhält man daraus den Hamiltonoperator

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \int_V dV (\epsilon_0 E_0^2 + \mu_0 H_0^2) .$$

Die Proportionalität der zeitlichen Ableitung von  $\vec{E}$  mit  $\vec{H}$  in den Maxwell Gleichungen legt nahe, im Hamiltonoperator folgende Identifizierung vorzunehmen:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}$$

$$\int_V dV (\epsilon_0 E_0^2) = \Omega^2 q^2 \qquad \int_V dV (\mu_0 H_0^2) = p^2 .$$

Damit wird

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} (\Omega^2 q^2 + p^2) ,$$

Formal somit identisch zu einem harmonischen Oszillator.

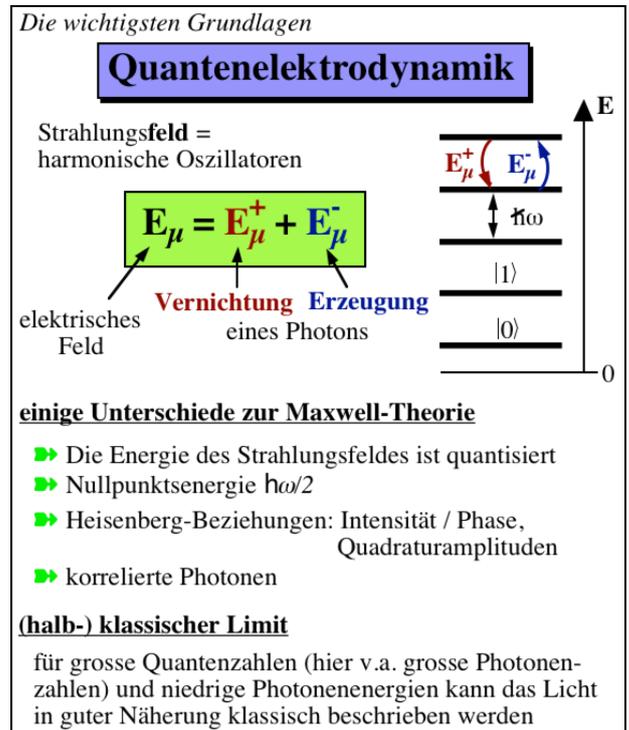
Über die Ab- und Aufsteigeoperatoren

$$a = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\Omega}} (\Omega q + ip) \qquad a^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\Omega}} (\Omega q - ip)$$

kann dies auch geschrieben werden als

$$\mathcal{H} = \hbar\Omega (a^\dagger a + 1/2) .$$

Jede Mode des Feldes entspricht einem harmonischen Oszillator, wobei die Oszillationsfrequenz durch die Schwingungsfrequenz des Feldes gegeben ist. Dementsprechend ist die Energie des niedrigsten Zustandes  $\hbar\omega/2$ . Diese Nullpunktenergie kann dem Feld zwar nicht entzogen werden, hat aber doch beobachtbare Auswirkungen. Das elektrische Feld, und damit das Licht, werden, wie hier gezeigt als eine Summe von zwei Operatoren dargestellt, welche die Erzeugung, respektive Vernichtung eines Photons beschreiben. Photonen sind somit Anregungen des Feldes welche die elektromagnetische Wechselwirkung zwischen geladenen Teilchen vermitteln. Sie tragen nicht nur Energie und Impuls, sondern auch einen Drehimpuls von  $\hbar$ , sind also Bosonen.



### 6.1.3 QED vs. Maxwell

Die Quanten-Elektrodynamik ist inzwischen eine der am genauesten überprüften physikalischen Theorien überhaupt. Bisher hat man noch keine Widersprüche zwischen ihren Voraussagen und experimentell beobachteten Resultaten gefunden. Die meisten Arbeiten

auf dem Bereich der Optik werden aber nach wie vor mit theoretischen Modellen beschrieben, welche auf den klassischen Maxwell Gleichungen basieren. Es gibt somit einen Bereich der Optik, in dem die Maxwell Gleichungen die beobachteten Phänomene sehr genau wiedergeben. Wir wissen aber auch, dass die klassische Theorie nicht den ganzen Bereich abdeckt, sondern dass es auch einen Bereich gibt, wo die Beobachtungen nur noch quantenmechanisch erklärt werden können.

Die wesentlichste Schwierigkeit der QED liegt in der Tatsache, dass das zu behandelnde System streng genommen immer eine unendlich große Dimension hat, da ja jedes Teilchen auch an das Kontinuum aller Moden des Strahlungsfeldes gekoppelt ist. Wegen der Nullpunktenergie des Strahlungsfeldes kann diese Wechselwirkung nicht einfach vernachlässigt werden, nicht einmal wenn keine Photonen vorhanden sind, also wenn sich das Feld im Vakuumzustand befindet. Um dennoch etwas rechnen zu können, muss jeweils eine gute Näherung gefunden werden. Bei der Elimination der Nullpunktenergie des Strahlungsfeldes bleiben dabei einige Reste zurück, wie die spontane Emission, Änderungen im magnetischen Moment des Elektrons oder Verschiebungen der Energien von atomaren Zuständen. Bei dieser Reduktion geht auch die Eichinvarianz der Theorie verloren (W.E. Lamb, R.R. Schlicher, and M.O. Scully, Phys. Rev. A 36, 2763 (1987)).

In diesem Kapitel soll die Frage untersucht werden wo denn die Grenze verläuft, jenseits welcher nur noch die Quantenmechanik eine befriedigende Erklärung der Phänomene liefert. Das Interesse an diesen Fragestellungen ist zum einen natürlich grundsätzlicher Natur. Andererseits sind durch die raschen Fortschritte, welche optische Methoden seit der Entwicklung des Lasers gemacht haben, viele Messverfahren in einem Bereich angelangt, wo die quantenmechanische Natur des Lichtes beobachtbare Konsequenzen hat. Kenntnisse über diese Unterschiede, werden deshalb zunehmend wichtiger. Optische Interferometer, z.B., welche für die exakte Messung von Distanzen benutzt werden oder in der Form von Lasergyroskopen als Beschleunigungssensoren benutzt werden, arbeiten heute an der Schrotrauschgrenze, also in einem Bereich, wo die Empfindlichkeit dieser Geräte an fundamentale Grenzen stößt. Eine Weiterentwicklung ist somit nur möglich, wenn dabei die quantenmechanische Natur des Lichtes berücksichtigt wird. Das gleiche gilt für die kohärente optische Datenübertragung.

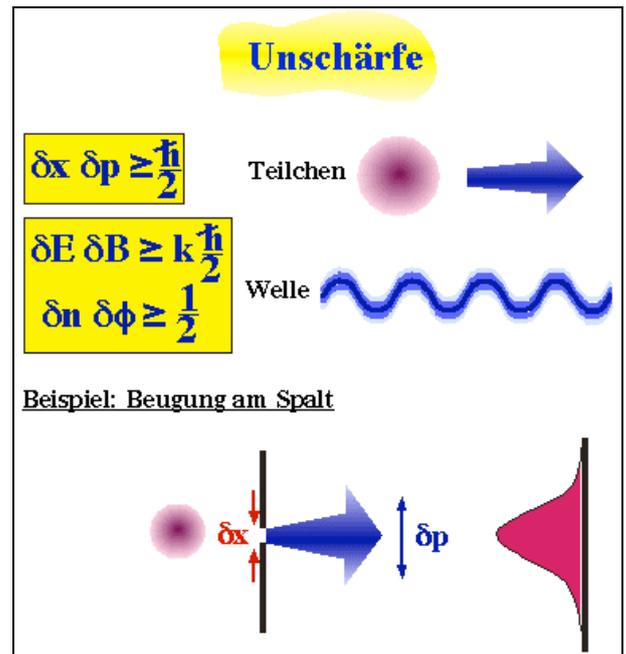
### 6.1.4 Unschärfe

In der QED ist das elektromagnetische Feld ein Operator, welcher der Heisenberg'schen Unschärfenbeziehung unterliegt. Somit haben die Felder keinen scharfen Wert, sondern sind mit Unsicherheiten, resp. Unschärfen behaftet, wie Ort und Impuls eines Teilchens:

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar/2 .$$

Für elektromagnetische Wellen gelten Unschärfenrelationen insbesondere für das Produkt zwischen elektrischem und magnetischem Feld,

$$\Delta E \Delta H \geq \text{const. } \hbar/2 .$$



resp. zwischen den Quadraturamplituden oder zwischen Amplitude (Photonenzahl) und Phase.

Außerdem ist die Quantenelektrodynamik, wie alle quantenmechanischen Theorien, nicht lokal; so existieren z.B. Zustände des Strahlungsfeldes, bei denen Korrelationen zwischen räumlich getrennten Photonen auftreten.

Grundsätzlich ist es in der Quantenmechanik häufig möglich, die entsprechende klassische Theorie als Grenzfall für große Quantenzahlen wieder zu erhalten. In diesem Fall entspricht der Grenzfall demjenigen von großen Photonenzahlen, also hohen Intensitäten. Für diesen Grenzfall erhält man in diesem Fall die Maxwell Gleichungen. Diese Näherung wird im allgemeinen um so besser, je niedriger die Frequenz, also je niedriger die Photonenenergie wird.

### 6.1.5 Zustände einer Mode

Die Zustände, welche zu diesem Hamiltonoperator gehören, können in der komplexen Ebene dargestellt werden. Entlang den beiden Achsen trägt man die Quadratamplituden des elektrischen Feldes auf, also diejenigen Komponenten, welche mit dem  $\cos$ , resp.  $\sin$  der Referenzfrequenz schwingen. Äquivalent ist die Polardarstellung mit Amplitude und Phase. In dieser Darstellung entspricht ein klassischer Zustand, bei dem Amplitude und Phase scharf bestimmt sind, einem Punkt. Quantenmechanisch würde ein Punkt jedoch die Heisenbergbeziehung verletzen. Hier entspricht die Unschärfe eines Zustandes der Fläche in der komplexen Ebene. Die Heisenberg Beziehung legt die minimale Größe dieser Fläche fest.

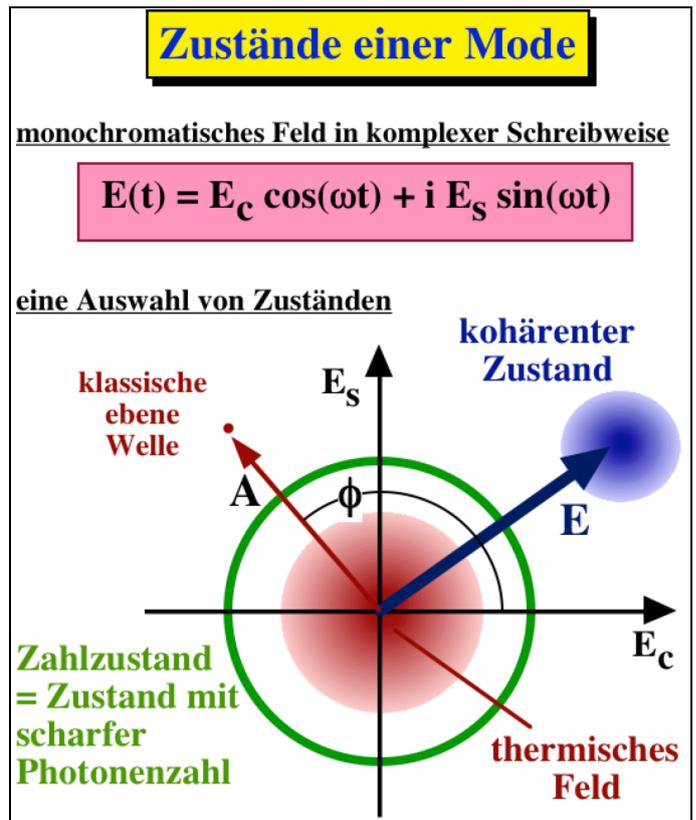
Prinzipiell ist es aber auch möglich, Zustände mit scharfer Photonenzahl, sogenannte Fock-Zustände, zu erzeugen. Diese sind Eigenzustände des Hamiltonoperators und haben somit eine scharfe Energie - im Bild entsprechen sie einem Kreis, d.h. in diesem Fall ist die Intensität scharf, aber die Phase ist vollständig unbestimmt. Weitere mögliche Zustände sind z.B. ein thermischer Zustand, bei dem also die Population der einzelnen Zustände durch eine thermische Verteilung gegeben ist, d.h. die Wahrscheinlichkeit,  $n$  Photonen zu messen beträgt

$$P_{th}(n) = (1 - e^{-\hbar\omega/kT}) e^{-n\hbar\omega/kT}.$$

Die Breite der Verteilung ist gleich ihrem Mittelwert:  $\sigma^2 = \bar{n}^2 + \bar{n}$ . Wie in der Figur angedeutet ist die Phase eines thermischen Zustandes nicht bestimmt. Damit verschwindet auch der Erwartungswert für die Amplitude, nicht aber für die Energie.

### 6.1.6 Kohärente Zustände

Während klassische Zustände nicht möglich sind gibt es eine Klasse von Zuständen, deren Eigenschaften denjenigen klassischer Zustände relativ nahe kommen. Dabei handelt es sich um symmetrische Zustände, also in diesem Bild rund, deren Unschärfe gerade dem quantenmechanischen Minimum entspricht und auf beide konjugierten Variablen gleichmäßig verteilt ist.



Sie wurden erstmals von Roy Glauber beschreiben und können in der Basis der Zahl- oder Fock Zustände als eine Reihe entwickelt werden:

$$|\alpha\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_n \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle,$$

deren Koeffizienten durch eine Poisson Entwicklung gegeben sind. Dementsprechend weisen solche Zustände eine Poisson-Verteilung der Intensität auf:

$$p(n) = e^{-|\alpha|^2} \frac{|\alpha|^n}{n!},$$

wobei  $|\alpha|^2$  den Erwartungswert markiert. Die Breite der Verteilung ist proportional zu  $|\alpha|$  und damit zur Wurzel aus der mittleren Photonenzahl, wie bei einem klassischen Feld.

Der Parameter  $\alpha$  ist komplex und definiert das Zentrum der Feldverteilung in der komplexen Ebene. Die Feldverteilung ist symmetrisch und das Produkt der Unschärfen entspricht gerade dem Gleichheitszeichen der Heisenberg Beziehung entspricht, also dem quantenmechanischen Minimum. Die Feldverteilung und die Photonenzahl für kohärente Zustände können mit den entsprechenden Funktionen für thermische Lichtfelder verglichen werden. Dort ist die mittlere Amplitude null, und die häufigste Photonenzahl ist ebenfalls null - beides für kurze Messintervalle. Der wesentliche Unterschied ist offenbar der, dass ein kohärenter Zustand eine wohldefinierte Phase und wohldefinierte Quadraturamplituden hat, während diese für einen sogenannten chaotischen Zustand, wie er von einer thermischen Lichtquelle erzeugt wird, verschwinden. Noch in einem weiteren Sinn gleicht der kohärente Zustand einem klassischen Feld: die Intensitäten an unterschiedlichen Orten, resp. Zeiten sind statistisch unabhängig. Diese Eigenschaft wurde von Glauber für die Definition der kohärenten Zustände verwendet.

Kohärente Zustände sind aus verschiedenen Gründen wichtig: zum einen erzeugt ein Idealer Laser weit oberhalb der Laserschwelle Licht, welches in guter Näherung durch einen kohärenten Zustand beschrieben werden kann. Betrachten wir lediglich den Schwerpunkt, d.h. den Erwartungswert des Zustandes, so verhält sich ein kohärenter Zustand klassisch: Die Bewegung des Schwerpunktes kann durch die Maxwellgleichungen beschrieben werden.

## Kohärente Zustände

Kohärente Zustände können in einer Basis von Zahlzuständen geschrieben werden als

$$|\alpha\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_n \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle$$

*R.J. Glauber, Phys.Rev. 130, 2529; 131, 2766 (1963).*

**Eigenschaften**

- Zustand minimaler Unschärfe:  $\Delta p \Delta q = \frac{\hbar}{2}$
- Der Schwerpunkt gehorcht den Maxwell Gleichungen
- Schliesst den Vakuumzustand ein

**monochromatisches Feld in komplexer Schreibweise**

$$E(t) = E_c \cos(\omega t) + i E_s \sin(\omega t)$$

**Feldverteilung**

**Photonenstatistik**

Die Tatsache, dass die Fläche, welche die Amplitudenunschärfe darstellt, unabhängig von der Position in der Ebene ist, zeigt, dass diese quantenmechanischen Effekte auch für große Amplituden überleben. Das Anwachsen der Unschärfe in der Photonenzahl mit der Wurzel aus der mittleren Zahl erinnert natürlich stark an das Schrotrauschen, welches aus der Elektronik bekannt ist. Es entspricht auch der physikalisch gleichen Ursache, nämlich der Quantisierung der Energie im Falle der Optik, resp. der Ladung im Falle der Elektronik.

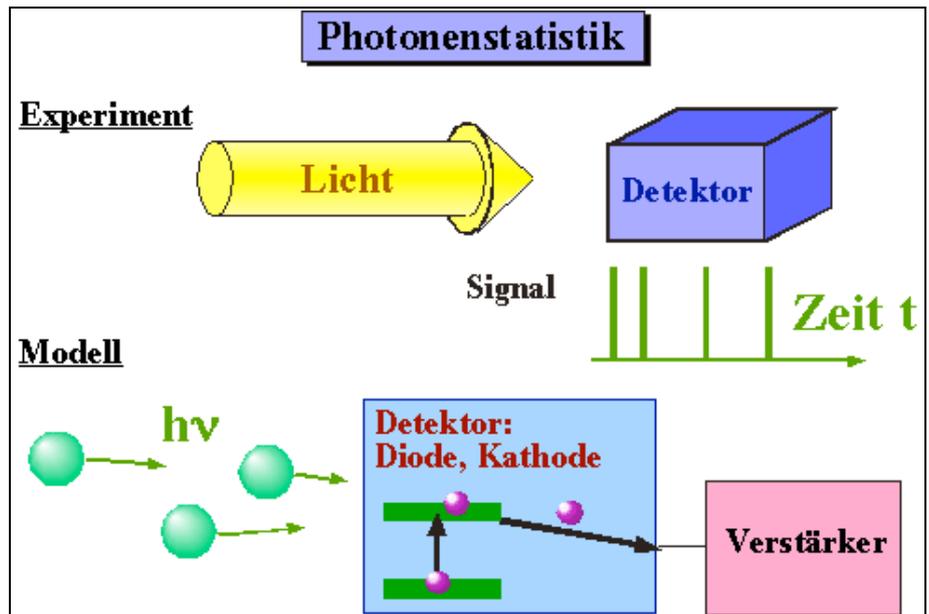
Dass der Vakuumzustand auch als kohärenter Zustand ( $\alpha \rightarrow 0$ ) verstanden werden kann, ist deshalb wichtig, weil bei einer Aufteilung an einem Strahlteiler i.a. der Vakuumzustand zugemischt wird. Dadurch wird ein einfallender kohärenter Zustand mit einem anderen kohärenten Zustand überlagert und die beiden ausfallenden Zustände stellen wiederum einen kohärenten Zustand dar.

## 6.2 Photonenstatistik

### 6.2.1 Phänomenologie

Die quantenmechanische Unschärfe macht sich auf unterschiedliche Art bemerkbar. Wir betrachten zunächst die Unschärfe der Intensität, welche wir über Schwankungen in der Photonenzahl quantifizieren.

Dazu betrachten wir den Prozess einer Intensitätsmessung etwas genauer. Quantenmechanische Unschärfe manifestiert sich dann besonders stark wenn die Intensität gering ist. Ein passendes Modell wäre dann dass ein Lichtstrahl auf einen Photomultiplier fällt. Dort wird pro einfallendem Photon ein Elektron aus einem tiefliegenden quantenmechanischen Zustand in einen höher liegenden Zustand angehoben, z.B. aus dem Valenzband eines Halbleiterdetektors ins Leitungsband oder aus dem Leitungsband einer Photokathode ins Vakuum. Von dort wird es abgeleitet und elektronisch verstärkt.



In einem halbklassischen Modell kann man nicht voraussagen, zu welchem Zeitpunkt ein Photon auf dem Detektor eintrifft, d.h. wann ein Elektron freigesetzt wird. Man kann lediglich aussagen wie groß der mittlere Abstand zwischen zwei Photonen ist. Für einen Laserstrahl mit 1 pW Leistung und einer Wellenlänge von 532 nm, z.B., treffen pro Sekunde

$$N = E/h\nu = E\lambda/hc = 10^{-12} \text{ J } 5.32 \cdot 10^{-7} \text{ m} / 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ J s } 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 2.7 \cdot 10^6$$

Photonen ein. Der mittlere Abstand beträgt somit  $0.370 \mu\text{sec}$ . Diese Wahrscheinlichkeit ist unabhängig davon ob unmittelbar vorher ein Photon eingetroffen ist oder nicht, d.h. die einzelnen Photonen sind statistisch unabhängig voneinander. Dies gilt natürlich nur für ein Lichtfeld, das keine klassischen Schwankungen aufweist.

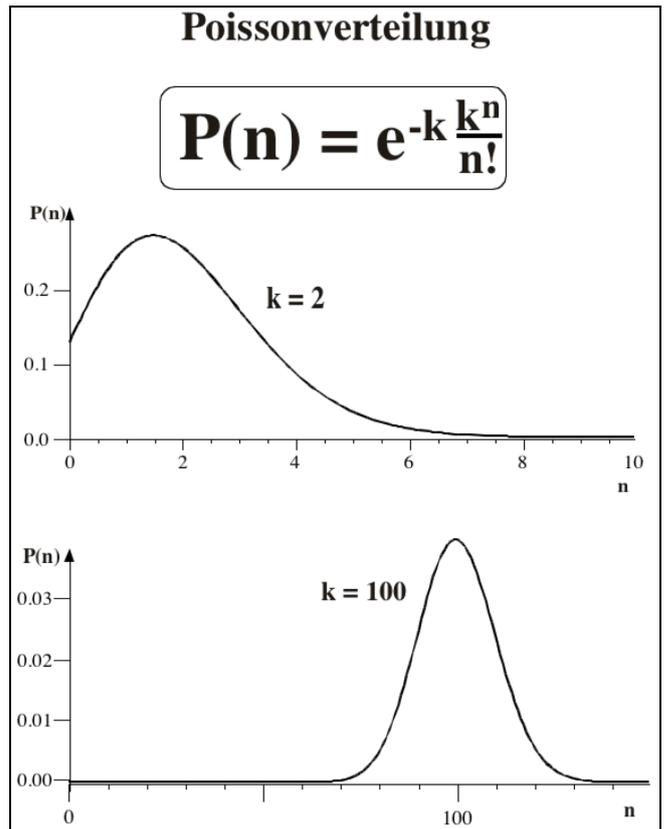
Wie in der Kombinatorik gezeigt wird ist bei einem Zufallsprozess dieser Art die Wahrscheinlichkeit, während der Messzeit  $n$  Photonen zu detektieren durch eine Poissonverteilung

$$P(n;k) = \frac{k^n}{n!} e^{-k}$$

Gegeben.  $k$  stellt den Erwartungswert dar. Die Breite der Verteilung ist proportional zur Wurzel aus dem Mittelwert. Für große Mittelwerte geht sie in die Gaussverteilung mit Mittelwert  $k$  und Breite (FBHH)  $\sqrt{2k}$  über. Die Varianz der Photonverteilung ist gerade  $\sigma^2 = k$ .

Die Verteilung ist offenbar das Resultat der Annahme dass die Photonen statistisch voneinander unabhängig sind. Die Unmöglichkeit, über den Zeitpunkt des Eintreffens der Photonen etwas auszusagen ist nicht auf experimentelles Unvermögen zurückzuführen, sondern es ist prinzipiell unmöglich, etwas darüber auszusagen - jedenfalls im Rahmen dieses halbklassischen Modells, wo die Ausbreitung des Lichtes mit Hilfe der Maxwell Gleichungen beschrieben wird: bei der Ausbreitung kommen ja keine Photonen vor, diese entstehen ja - immer im Rahmen dieses Modells - erst bei der Wechselwirkung mit dem Detektor. Das gleiche Resultat erhalten wir für einen kohärenten Zustand: dessen Photonstatistik ist identisch zu derjenigen des klassischen Feldes. Die Annahme dass die Photonen statistisch unkorreliert seien war der Ausgangspunkt für Roy Glauber für die „Konstruktion“ der Zustände.

Bei der Herleitung sind wir weiter davon ausgegangen dass das klassische Feld absolut stabil sei, dass also während der Messzeit keine Intensitätsschwankungen auftreten. Bei einem realen Feld sind Intensitätsschwankungen unvermeidlich. Sie führen zu einer Verbreiterung der gemessenen Verteilung gegenüber der Poissonverteilung. Die Breite der Poissonverteilung stellt somit eine untere Grenze dar für die gemessenen Schwankungen eines klassischen Feldes. Sie sind analog zu den elektrischen Schwankungen in einer elektronischen Schaltung, welche auf die diskrete Natur der Ladungsträger (Elektronen) zurückgeführt werden. In beiden Fällen spricht man vom Schrotrauschen.



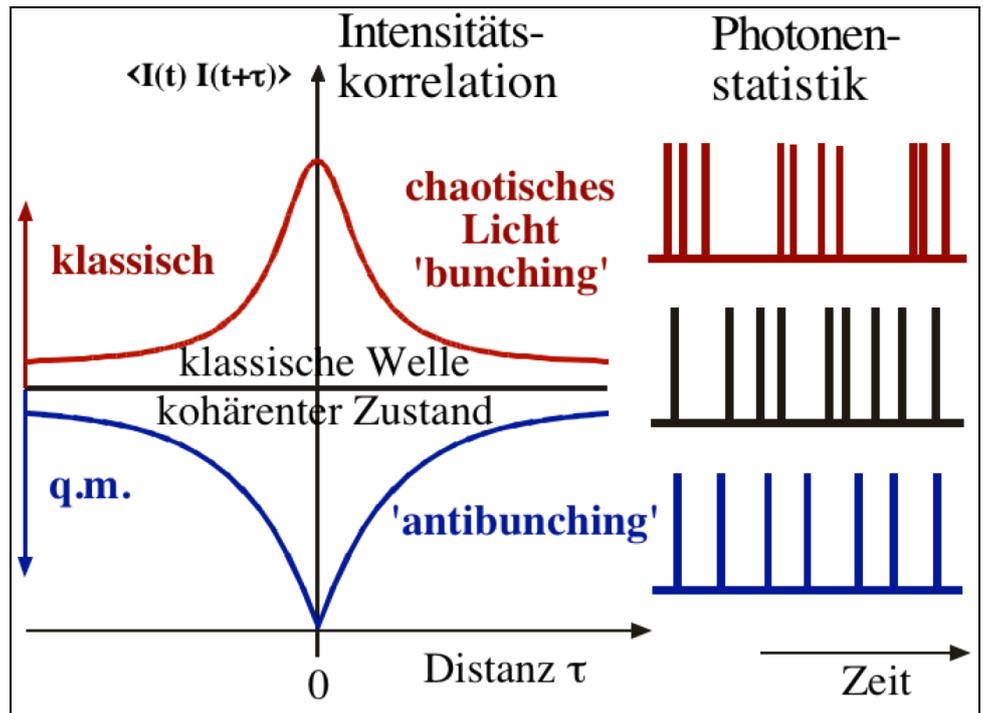
### 6.2.2 Intensitätskorrelation

Eine andere statistische Analyse der Photonverteilung ist die Intensitäts-Korrelationsfunktion.

$$\langle I(t) I(t+\tau) \rangle .$$

Bei einer idealen ebenen Welle ist die Intensität und damit auch deren Korrelationsfunktion konstant. Dies bedeutet, dass die Photonen unabhängig voneinander beim Detektor eintreffen, also einer

Poisson-Statistik folgen, und damit die Abstände zwischen den einzelnen Photonen schwanken. Experimentell erzeugtes Licht weist aber auch im klassischen Bereich immer gewisse Intensitätsschwankungen auf. Solche Intensitätsschwankungen führen zu einer Korrelation der Intensitäten für kurze Zeiten.



Neben diesen „experimentellen Fehlern“ gibt es aber auch quantenmechanische Ursachen für positive Intensitätskorrelationen. Im Photonenbild entspricht eine positive Intensitätskorrelationsfunktion einer Tendenz der Photonen in Paaren einzutreffen; man spricht von „bunching“. Auf ein Stichwort zusammengefaßt ist die Ursache dafür die Bosonnatur der Photonen: Auf einer sehr kurzen Zeitskala betrachtet wird die Photonstatistik durch eine Bose-Einstein Verteilung beschrieben.

Eine statistische Analyse der Korrelationsfunktion im Rahmen eines halbklassischen Modells ergibt, dass die normierte Korrelationsfunktion

$$g^{(2)} = \frac{\langle I(t + \tau) I(t) \rangle}{\langle I(t) \rangle^2}$$

für kurze Zeiten durch Mittelwert  $\bar{n}$  und Varianz  $\sigma^2$  der Photonenzahl beschrieben werden kann:

$$g^{(2)}(0) = 1 + \frac{\sigma^2 - \bar{n}}{\bar{n}^2} .$$

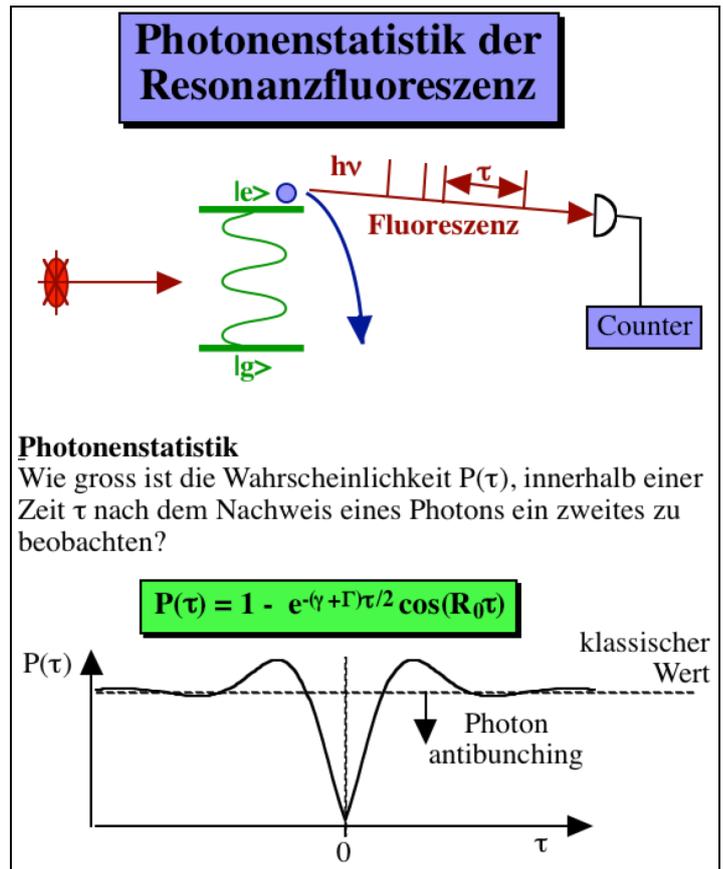
Bei einem thermischen Feld, wo  $\sigma^2 = \bar{n}^2 + \bar{n}$  wird somit  $g^{(2)}(0) = 2$ . Die Korrelationsfunktion fällt auf den Wert 1 ab für größere Zeiten, wobei die Korrelationszeit durch die inverse Linienbreite gegeben ist.

Im Gegensatz zu thermischem Licht ist bei kohärentem Licht  $\sigma^2 = \bar{n}$  und somit  $g^{(2)}(0) = 1$ . Die Intensitäts-Korrelationsfunktion ist somit zeitunabhängig – wiederum ein Resultat der statistischen Unabhängigkeit der Photonen. Die statistischen Eigenschaften des kohärenten Zustandes sind somit wieder die gleichen wie bei einer idealen klassischen ebenen Welle. Im Rahmen eines klassischen Bildes ist es offensichtlich dass die Funktion  $g^{(2)}$  nie weniger als 1 betragen kann, da sämtliche Variationen der Intensität zu „bunching“ Effekten führen, also zu positiven Abweichungen. Der Bereich unterhalb der Geraden ist somit „klassisch verboten“.

### 6.2.3 Antibunching

In der Quantenmechanik sind Zustände mit  $g^{(2)} < 1$  möglich. Das entspricht also dem Fall, dass die Photonen in gleichmäßigeren Zeitintervallen eintreffen, als man aufgrund einer Poissonverteilung erwarten würde. Bezogen auf die Intensitätsverteilung heißt das, dass man für kurze Zeiten eine Antikorrelation beobachtet: ein regelmäßiges Eintreffen bedeutet ja, dass kurz nach einem gemessenen Photon die Chance sehr klein ist, ein weiteres zu messen. Dieser Effekt wird als 'antibunching' bezeichnet. Er stellt ein weiteres Beispiel für ein elektromagnetisches Feld dar, welches klassisch nicht beschreibbar ist. Offensichtlich sind in diesem Fall die Photonen nicht unabhängig voneinander, sondern antikorreliert; die Korrelationszeit entspricht der Breite des Loches.

Zustände mit Antibunching, also Antikorrelation der Photonen erhält man u.a. bei der Resonanz-Fluoreszenz eines einzelnen Atoms. Wenn dieses mit einem Laser resonant angeregt wird, emittiert es spontan Photonen. Die zeitlichen Abstände zwischen diesen Photonen haben eine Verteilung, welche regelmäßiger ist als bei einer klassischen Welle mit konstanter Intensität. Eine exakte Beschreibung dieses Vorganges müsste natürlich quantenmechanisch erfolgen und ist recht aufwendig. Auf einer qualitativen Ebene kann man aber trotzdem verstehen, wie der Effekt zustande kommt. Damit das Atom ein Photon emittieren kann, muss es sich zunächst im angeregten Zustand befinden. Unmittelbar nach der Emission befindet es sich sicher im Grundzustand und die Wahrscheinlichkeit für die Emission eines weiteren Photons ist somit null. D.h. ein einzelnes Atom sendet nie kurz hintereinander zwei Photonen aus. Dieses Verhalten unterscheidet sich also schon einmal grundsätzlich von dem einer klassischen Welle - die Photonen sind demnach nicht unabhängig voneinander, sondern antikorreliert. Die erwartete Korrelationsfunktion ist unten aufgetragen: Die Wahrscheinlichkeit, zwei Photonen unmittelbar nacheinander zu messen strebt für kurze Abstände  $\tau$  gegen null. Für längere Zeiten findet man eine Oszillation, welche im wesentlichen der Rabi Oszillation entspricht und mit den Zerfallsraten des Übergangs gedämpft ist. Für kurze Zeiten erwartet man also ein antibunching, dazwischen gibt es Bereiche positiver Korrelation. Die Anstiegszeit hier ist direkt ein Maß dafür, wie lange das Atom braucht, um wieder in den angeregten Zustand überzugehen und hängt deshalb von der Stärke des Übergangs sowie von der Laserintensität ab.



### 6.2.4 Experimenteller Nachweis

Bei einem experimentellen Nachweis dieses Effektes besteht das grösste Problem darin, dass mit einzelnen Atomen gearbeitet werden muss, da sonst das Antibunching durch statistische Mittelung verwischt wird.

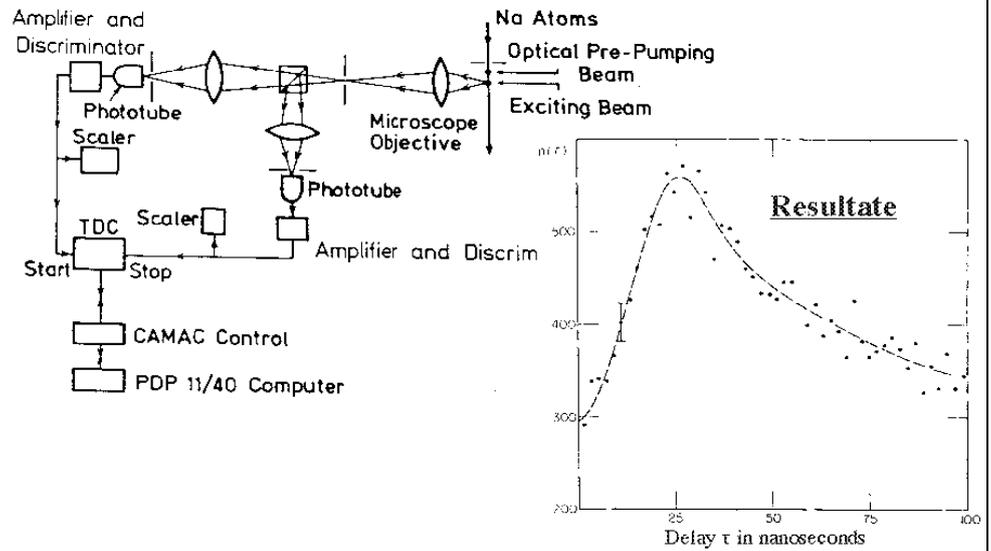
Dies gelang zum ersten mal der Gruppe von Mandel an der Universität Rochester (H.J. Kimble, M. Dagenais, and L. Mandel, 'Photon Antibunching in resonance fluorescence', Phys. Rev. Lett. 39, 691-695 (1977)). Sie benutzen für ihre Messung einen Atomstrahl mit sehr geringer Intensität. Dadurch wurde es möglich, Messungen durchzuführen, bei

### Antibunching in der Fluoreszenz von einzelnen Atomen

H.J. Kimble, M. Dagenais, and L. Mandel, Phys. Rev. Lett. 39, 691 (1977)

Messung an einem Atomstrahl mit niedriger Intensität

#### experimenteller Aufbau

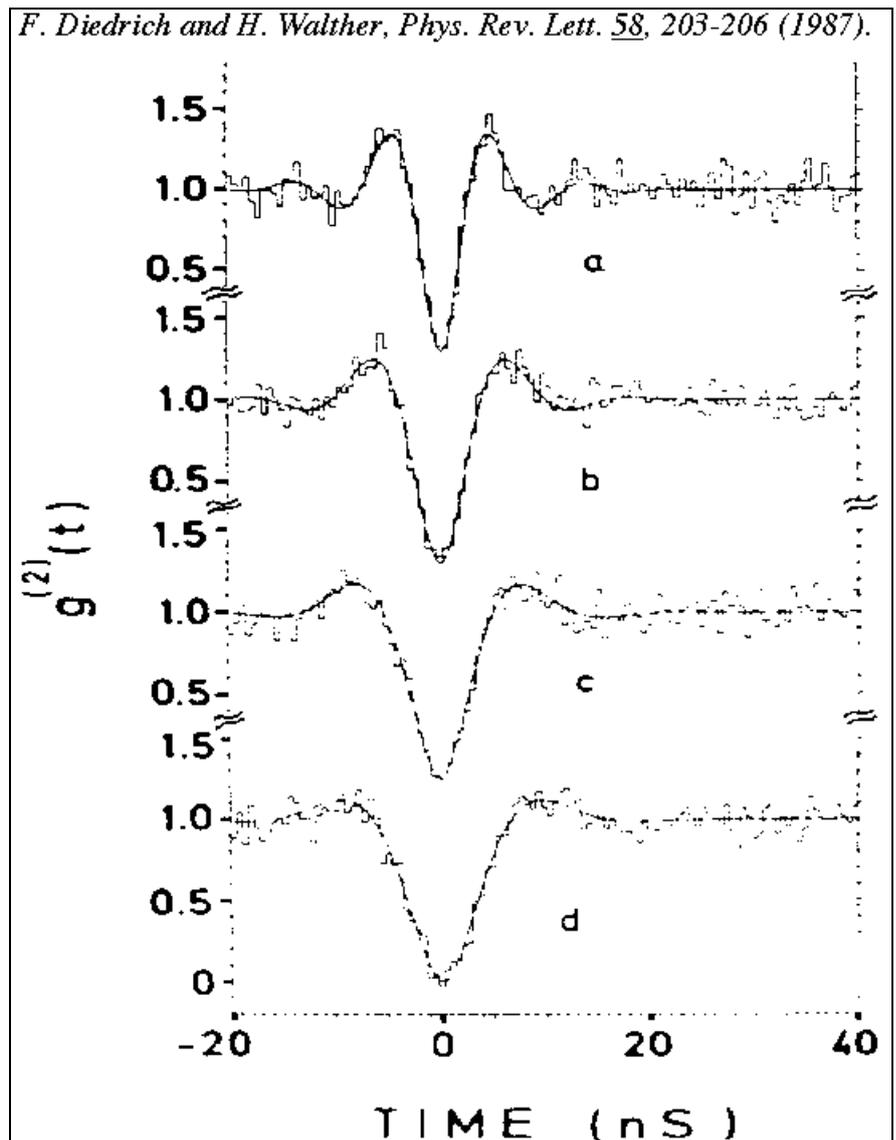


denen nur sehr wenige, im Schnitt weniger als ein Atom, gleichzeitig mit dem Laserstrahl in Wechselwirkung trat. Die Fluoreszenzphotonen wurden gesammelt und auf zwei Detektoren geschickt. Die Elektronik diente dann dazu, eine Statistik der zeitlichen Abstände zu erstellen.

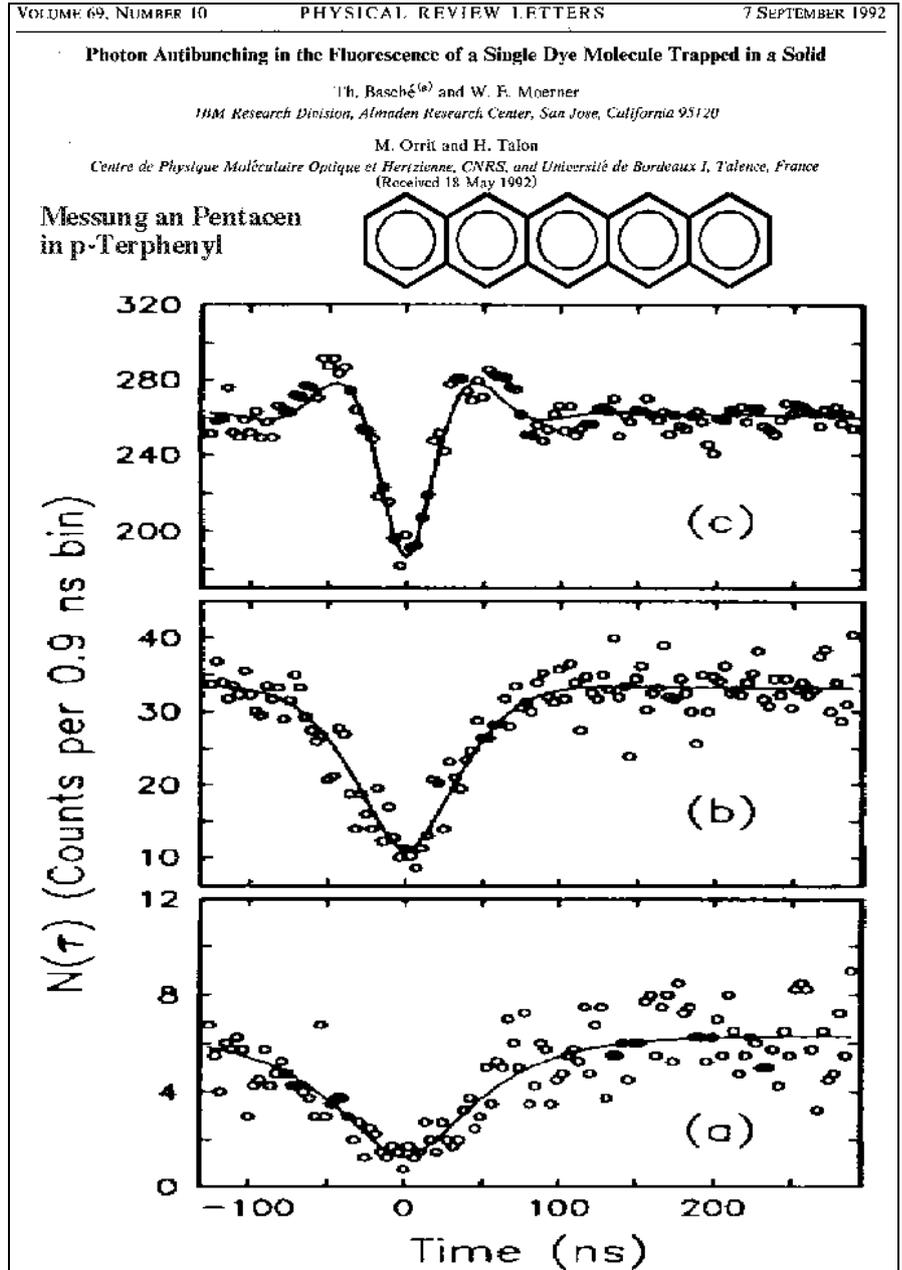
In den experimentellen Resultaten sieht man deutlich das nichtklassische Verhalten für kurze Zeiten, also das antibunching. Für grössere Zeiten sollte die Korrelationsfunktion ja gegen einen konstanten Wert streben, während die experimentellen Daten deutlich abfallen. Hierbei handelt es sich um ein experimentelles Problem: die Atome sind verlassen den Laserstrahl größtenteils innerhalb einer Zeitspanne von weniger als 100 nsec und tragen deshalb nicht mehr zur Fluoreszenz bei. Ein weiteres Problem ist die Zahl der Atome, welche sich zu einem bestimmten Zeitpunkt. In einem Atomstrahl ist diese Zahl nicht konstant, sondern folgt einer Poisson Statistik. Dies führt zu einem teilweisen Auswaschen des Signals.

Beide Probleme, die statistische Verteilung der Anzahl Atome im Laserstrahl, wie auch die endliche Verweildauer, können umgangen werden, indem nicht mit einem Atomstrahl experimentiert wird, sondern mit einzelnen ionisierten Atomen, welche z.B. in einer Paul Falle aufbewahrt werden. Dadurch kann man erreichen, dass genau 1 Ion für eine praktisch unbegrenzte Zeit zur Verfügung steht. Die Messungen können so mit sehr viel höherer Präzision durchgeführt werden.

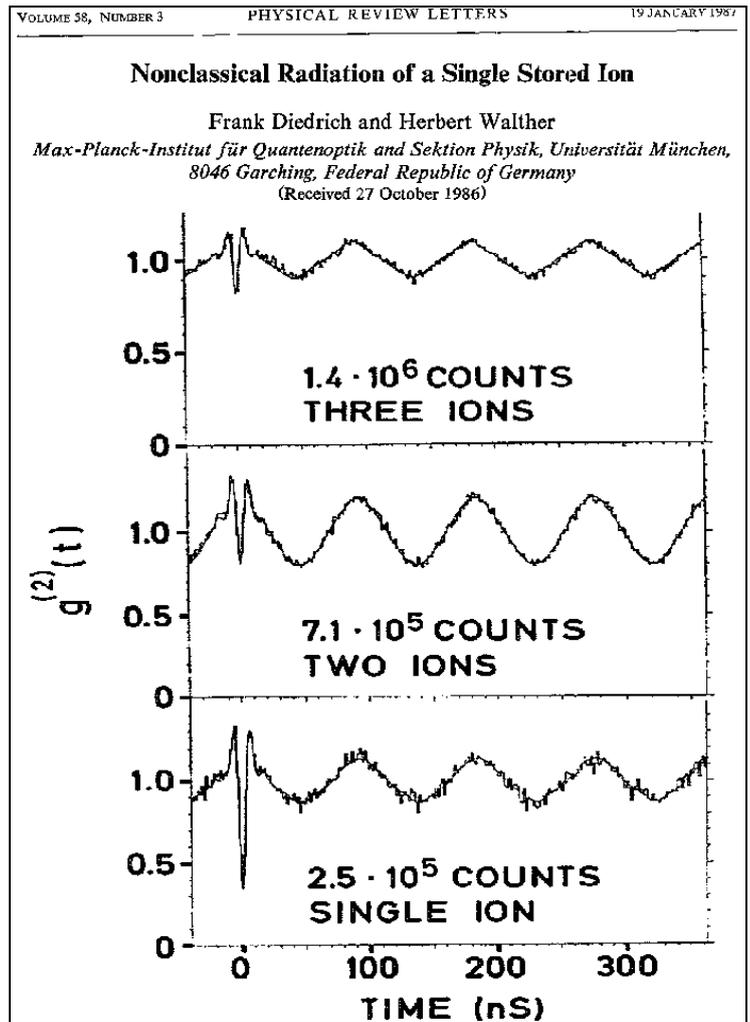
Messungen dieses Effekts wurden u.a. am MPI für Quantenoptik in Garching bei München durchgeführt. Für dieses Experiment wurde ein einzelnes Barium Atom in einer elektromagnetischen Falle eingefangen und mit einem Laserstrahl angeregt. Die spontan emittierten Photonen wurden gemessen und ihre Korrelationsfunktion gemessen. Die Kurven zeigen die Korrelationsfunktion für eine Reihe unterschiedlicher Laserintensitäten. Man sieht deutlich das antibunching, also die geringe Wahrscheinlichkeit, dass zwei Photonen kurz hintereinander emittiert werden. Auch sonst stimmen die experimentellen Kurven sehr gut mit den gerechneten überein. Für zunehmende Laser-Intensitäten wird das Antibunching-Loch kleiner. Dies ist ebenfalls intuitiv leicht verständlich, da es ja dann nach der Emission weniger Zeit braucht, bis das Atom sich wieder im angeregten Zustand befindet und erneut emittieren kann. Mit dem gleichen experimentellen Aufbau konnte auch gezeigt werden, dass die Fluoreszenz sub-Poissonstatistik aufweist. Diese Eigenschaft tritt zwar häufig auf, wenn antibunching vorliegt, ist aber prinzipiell unabhängig davon (R. Short und L. Mandel, Phys. Rev. Lett. 51, 384 (1983)).



Dieses Phänomen des anti-bunching tritt nicht nur bei Atomen auf, welche sich im Vakuum befinden, sondern genauso bei Molekülen in einem Festkörper (T. Basche, W.E. Moerner, M. Orrit, and H. Talon, 'Photon Antibunching in the Fluorescence of a Single Dye Molecule Trapped in a Solid', Phys. Rev. Lett. 69, 1516-1519 (1992)). Die Messungen wurden an Pentacen durchgeführt, einem aromatischen Molekül, welches eine sehr gute Fluoreszenzausbeute zeigt und damit leicht nachgewiesen werden kann. Das Pentacen-Molekül wurde in eine Matrix aus p-Terphenyl eingebaut, welches einen guten Kristall liefert, der durch die Fremdmoleküle nur wenig gestört wird. Man beobachtet das gleiche Verhalten wie bei den gespeicherten Ionen.



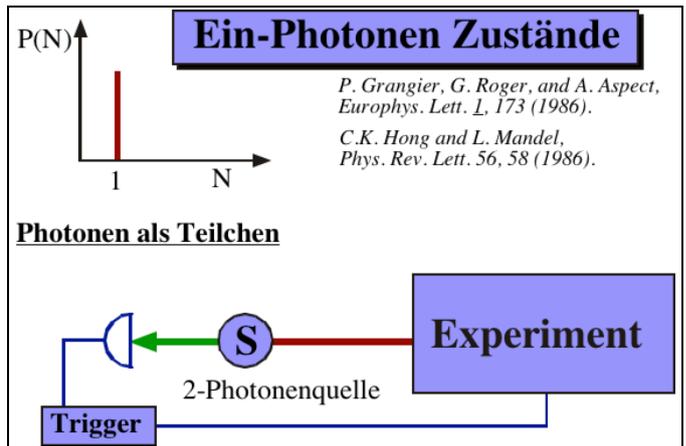
Diese Experimente zeigen, dass Antibunching ein wesentlicher Bestandteil der Fluoreszenz von einzelnen Atomen oder Molekülen ist. Im Falle einer Fluoreszenzlampe, deren Licht ebenfalls durch Fluoreszenz entsteht, findet man jedoch ein klassisches Bunching. Der Grund dafür liegt nun nicht bei irgendwelchen Unterschieden im Prozess selber, sondern darin, dass Fluoreszenzlampen nicht nur aus einem Atom bestehen, sondern aus einer sehr großen Zahl. Wie dadurch der antibunching Effekt verschwindet wurde sehr schön von Walther und Mitarbeitern gezeigt indem sie Messungen an einer kleinen Zahl von gespeicherten Ionen vornahmen. Je größer die Anzahl der Ionen (Atome, Moleküle), die zum Signal beitragen, desto geringer ist der Einfluss der Emission eines einzelnen Photons auf die Besetzungswahrscheinlichkeit. Im Grenzfall vieler Teilchen wird sie nicht mehr beeinflusst. Die einzelnen Photonen werden von verschiedenen Teilchen erzeugt. Sie sind damit unabhängig voneinander und man erhält eine Poisson-Statistik.



### 6.2.5 Experimente mit einzelnen Photonen

Die quantenmechanische Natur des Lichtes wird natürlich dann besonders deutlich, wenn das Feld von genau einem Photon besetzt ist. Um Experimente mit einzelnen Photonen durchführen zu können, kann man aber nicht einfach eine gewöhnliche Lichtquelle verwenden, und diese genügend abschwächen, da durch das 'bunching', also die Tendenz der Photonen, in Gruppen aufzutreten, die Wahrscheinlichkeit für das gleichzeitige Eintreffen mehrerer Photonen zu groß wird. Mit chaotischem Licht erhält man deshalb in einem solchen Experiment nie ein Verhalten, das klassisch nicht erklärbar wäre.

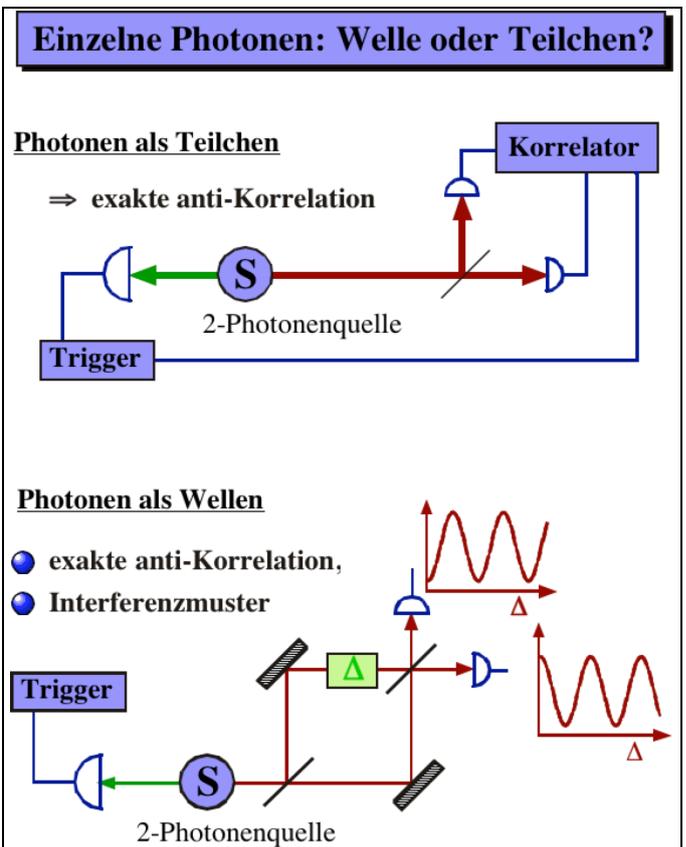
Einphotonenzustände können z.B. erzeugt werden, indem man eine Lichtquelle benutzt, welche Photonen in Paaren erzeugt, welche unter einem gegebenen Winkel auseinanderfliegen. Wenn eines dieser Photonen beobachtet wird weiß man, dass sich in diesem Moment das andere Photon in der Messapparatur befindet. Es gibt verschiedene Lichtquellen, welche diese Forderung erfüllen. Eine Gruppe vom Institut d'Optique in Orsay hat dafür eine sogenannte atomare Kaskade benutzt. Die zweite Gruppe, von der Universität Ro-



chester, benutzte parametrische Fluoreszenz in einem optisch nichtlinearen Kristall.

Einzelphotonen können z.B. verwendet werden um die Frage zu untersuchen ob Licht Wellen- oder Teilchencharakter hat.

Schickt man das einzelne Photon auf einen gewöhnlichen Strahlteiler, so kann es natürlich nur einmal detektiert werden. Man erwartet deshalb bei einem solchen Aufbau eine perfekte Antikorrelation der beiden Detektoren, und das findet man auch experimentell. Dieses Experiment „belegt“ somit den Teilchencharakter eines Photons: es „entscheidet“ am Strahlteiler ob es transmittiert oder reflektiert wird.

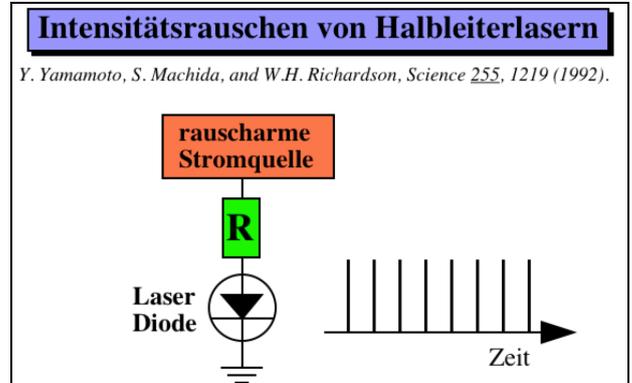


Mit einem fast identischen Aufbau kann man aber auch den Wellencharakter einzelner Photonen nachweisen. Mit einem zweiten Strahlteiler und zwei Spiegeln entsteht ein Interferometer. Durch Variation des optischen Weges in einem der beiden Arme kann man auf dem Detektor ein Interferenzmuster erzeugen, welches nur zustande kommen kann, wenn das Photon durch beide Arme des Interferometers läuft. Ein einzelnes Photon hat somit auch einen Wellencharakter. Diese beiden Experimente lassen sich deshalb weder mit einem reinen Wellenbild, noch mit einem reinen Korpuskelbild interpretieren: am ersten Strahlteiler geht das Photon offenbar in beide Richtungen gleichzeitig, am zweiten entscheidet es sich für eine der beiden Möglichkeiten.

## 6.2.6 Erzeugung von Fock-Zuständen

Zustände mit einzelnen Photonen können verallgemeinert werden zu Zahlzuständen, welche auch als Fock-Zustände bezeichnet werden. Prinzipiell können diese auf die gleiche Weise wie die Einzelphotonenzustände erzeugt werden. Allerdings ist die zeitliche Statistik nicht vorhersagbar.

Wahrscheinlich die einfachste Methode, um Licht mit sub-Poisson Statistik zu erzeugen besteht darin, zunächst einen elektrischen Strom mit sub-Poisson Statistik zu erzeugen. Mit einem perfekten Halbleiterlaser (Quantenausbeute = 100%) könnte die entsprechende Elektronenstatistik direkt auf die Photonenstatistik übertragen werden. Heute sind Ausbeuten in der Größenordnung von 60-80% erreichbar, so dass ein wesentlicher Teil der Statistik übertragen werden kann.



Der Umweg über die Erzeugung eines rauscharmen Stroms lohnt sich deshalb, weil ein Strom mit sub-Poisson Statistik sehr viel leichter zu erzeugen ist, als ein entsprechender Lichtstrahl. Der Grund hängt damit zusammen, dass Elektronen Fermionen sind und deshalb einer anderen Statistik unterliegen, als Photonen. Die Aufteilung eines Lichtstrahls mit sub-Poisson Statistik an einem Strahlteiler, z.B., erhöht die relativen Fluktuationen in Richtung Poisson-Statistik, während die Aufteilung eines Stroms am Knoten eines elektrischen Netzwerkes das Rauschen auch relativ verringert. Außerdem ist es heute möglich, mit Einzelelektron-Gattern einzelne Elektronen zu transportieren und so eine beliebige Statistik zu erzielen, wie z.B. Elektronen in konstanten Abständen.

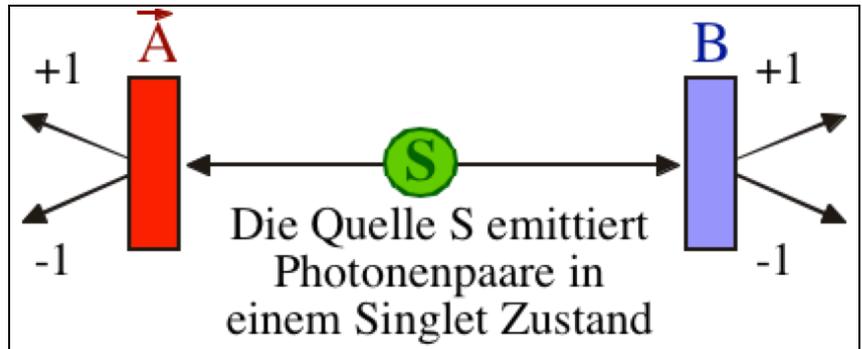
Literatur: A. Imamoglu and Y. Yamamoto, 'Turnstile device for heralded single photons: Coulomb blockade of electron and hole tunneling in quantum confined p-i-n heterojunctions', Phys. Rev. Lett. 72, 210-213 (1994); J. Kim, O. Benson, H. Kan, and Y. Yamamoto, 'A single-photon turnstile device', Nature 397, 500-503 (1999).

## 6.2.7 Das Einstein-Podolsky-Rosen Paradox

Nichtklassische Korrelationen spielen eine wichtige Rolle in einem der berühmtesten Paradoxa der Quantenmechanik. Es wurde zuerst von Einstein, Podolsky und Rosen aus dem Jahre 1935 (A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, 'Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete?', Phys. Rev. 47, 777 (1935).). Darin konstruierten sie ein Gedankenexperiment, welches zeigen sollte, dass die Quantenmechanik keine vollständige Theorie sei. Dieser Einwand konnte die weitere Entwicklung der Quantenmechanik zwar nicht aufhalten, aber er wirkte doch sehr beunruhigend und inspirierte viele Versuche, diese Unvollständigkeit zu korrigieren, indem sogenannte verborgene Variablen eingeführt wurden.

John Bell gelang es, den Widerspruch zwischen den Voraussagen der Quantenmechanik und einer sehr allgemeinen Gruppe von klassischen Theorien in eine Ungleichung zu fassen und damit eine mathematische Grundlage für experimentelle Tests zu schaffen. Die Anforderungen, welche er an die klassischen Theorien stellte waren lediglich dass sie lokal im Sinne der Relativitätstheorie sein sollten, sowie „realistisch“ im Sinne von EPR, d.h. dass physikalische Eigenschaften wie z.B. die Orientierung eines Spins unabhängig von der Messapparatur definiert sein sollten.

Überträgt man das Gedankenexperiment von EPR auf ein Paar von korrelierten Photonen so eignet sich besonders ein antikorreliertes Paar in einem Singlet-Zustand. Hier sind die einzelnen Spins nicht definiert, die Messung eines Spins legt jedoch sofort den anderen Spin fest. Führt man gleichzeitig an beiden Photonen Messungen der Spin-Orientierung durch indem man sie durch einen Polarisator schickt, so erwartet man offensichtlich dass die Koinzidenzrate als Funktion der unterschiedlichen Orientierung der beiden Polarisatoren mit



$$R(\alpha-\beta)/R_0 = \frac{1}{4} [1 + \cos(2(\alpha-\beta))]$$

variiert: sie ist maximal bei paralleler Stellung und verschwindet bei gekreuzten Polarisatoren.  $R_0$  ist die Koinzidenzrate ohne Polarisatoren.

### 6.2.8 Verletzung der Bell'sche Ungleichungen für Photonennpaare

Aus dem Bell'schen Ungleichungen ergibt sich, dass z.B. für

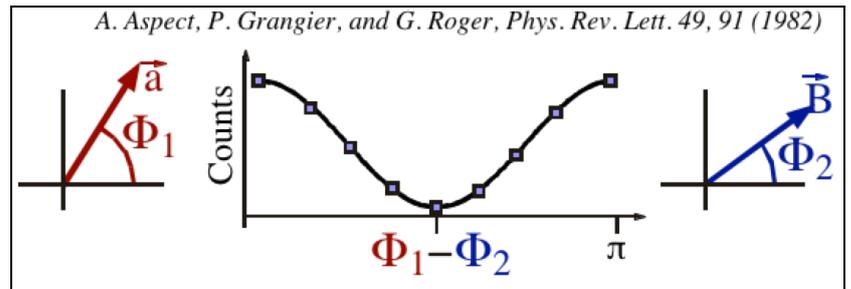
$$|R(22.5^\circ) - R(67.5^\circ)| \leq 1/4 .$$

Quantenmechanisch findet man

$$R(22.5^\circ) - R(67.5^\circ) = \frac{1}{4} [1 + \sqrt{2}/2 - (1 - \sqrt{2}/2)] = \sqrt{2}/4 = 0.354 > 0.25 ,$$

also einen klaren Widerspruch. Ob die Natur den Gesetzen der Quantenmechanik gehorcht oder lokal und realistisch ist muss experimentell untersucht werden.

Verschiedene solche Tests wurden durchgeführt, die meisten in enger Anlehnung an das ursprüngliche Gedankenexperiment. Es wurden optische Photonen,  $\gamma$ -Quanten, aber auch Protonen verwendet. Eines dieser Experimente wurde vor etwa 10 Jahren von einer Gruppe der Universität Paris-Sud mit einem experimentellen Aufbau durchgeführt, welcher auf dem gleichen Prinzip basiert wie die vorhin besprochenen Einphotonenexperimente. Die 2-Photonenquelle emittierte in diesem Fall Photonen in einem Singletzustand, sodass eine Korrelation zwischen den Photonenspins bestand. Die beiden Photonen wurden durch zwei Polarisatoren geschickt. Dahinter wurden die Zählraten als Funktion der Orientierung dieser Polarisatoren gemessen. Quantenmechanisch erwartet man einen sinusförmigen Verlauf der Koinzidenz-Zählrate als Funktion des relativen Drehwinkels zwischen den beiden Polarisatoren. Eine solche Abhängigkeit von der relativen Orientierung verletzt die Bell Ungleichungen und schließt damit eine Erklärung aufgrund lokaler realistischer Theorien aus. Die experimentellen Resultate, welche hier skizziert sind, waren in ausgezeichneter Übereinstimmung mit den quantenmechanischen Voraussagen und verletzten die Bell-Ungleichung um viele Standardabweichungen. Ähnlich Messungen wurden inzwischen von vielen anderen Gruppen wiederholt.



## 6.3 Gequetsches Licht

### 6.3.1 Unschärfe von gequetschtem Licht

Die Heisenberg'sche Unschärfenrelation für zwei Quadraturamplituden einer einzelnen Mode lautet

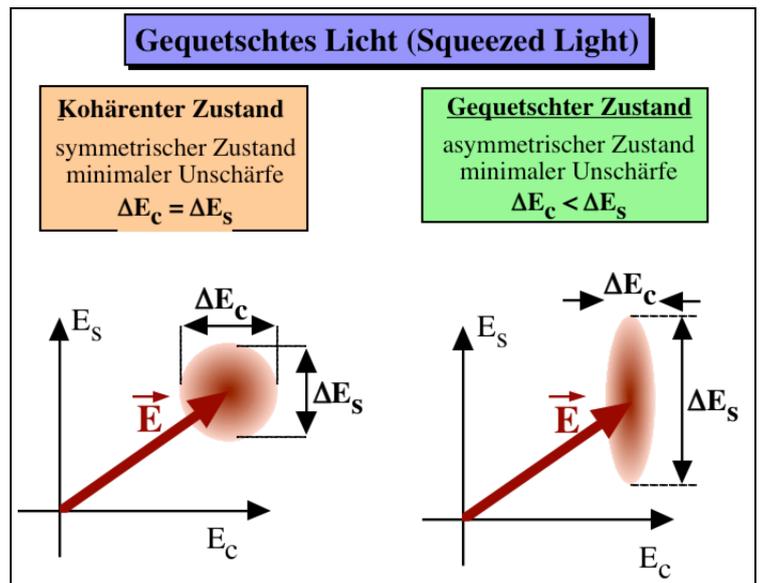
$$\sqrt{\langle \Delta E^2(0) \rangle \langle \Delta E^2(\varphi) \rangle} \geq \frac{1}{4} \epsilon_c^2 |\sin \varphi|.$$

Hier stellt  $\phi$  die Phase des Feldoperators dar und  $\epsilon_c$  das Feld eines Photons. Für einen kohärenten Zustand ist die Unschärfe unabhängig von der Phase. Da es sich um einen Zustand minimaler Unschärfe handelt gilt somit

$$\langle \Delta E^2(\varphi) \rangle_{\text{coh}} = \frac{1}{4} \epsilon_c^2.$$

Dies stellt dies sogenannte „standard quantum limit“ dar, also die Grenze für die Genauigkeit, mit der eine elektrische Feldkomponente gemessen werden kann.

Die Unschärfe muss jedoch nicht symmetrisch verteilt sein. Zustände mit asymmetrisch verteilter Unschärfe haben den Namen „gequetschte Zustände“ (engl.: „squeezed states“) erhalten: die Unschärfe wird in eine Richtung reduziert, in die andere Richtung vergrößert. Ihre Eigenschaft kann am besten durch einen graphischen Vergleich mit einem kohärenten Zustand charakterisiert werden. Hier ist auf der linken Seite ein kohärenter Zustand dargestellt. Wie bereits erwähnt, ist dies der Zustand, der einer

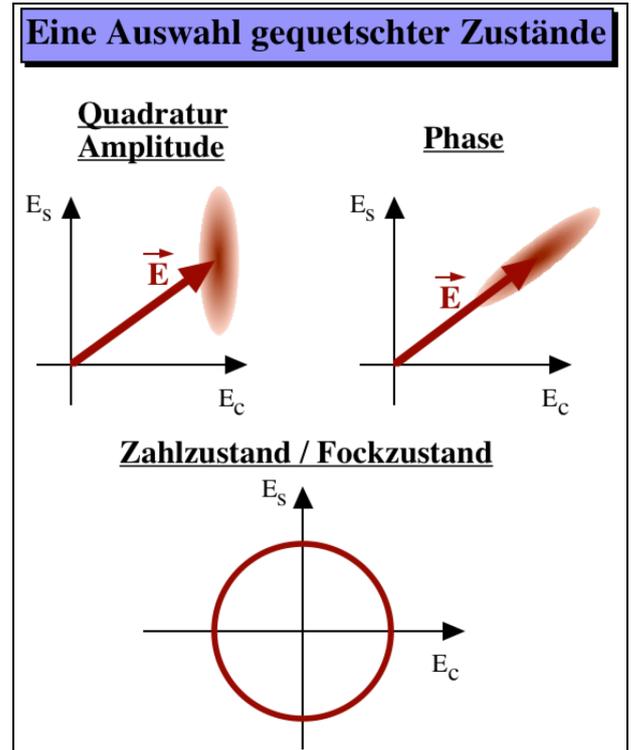


klassischen Welle am nächsten kommt. Diese Scheibe soll wiederum die Unschärfe des Zustandes andeuten; ihre Fläche ist durch die Heisenberg-Beziehung bestimmt. Ein Beispiel für einen gequetschten Zustand, welcher ebenfalls die Heisenberg-Beziehung erfüllt, ist rechts dargestellt: in diesem Fall wurde die Unschärfe der cos-Komponente auf Kosten der sin Komponente verkleinert oder zusammengequetscht.

In kohärenten Zuständen sind die Photonen statistisch nicht korreliert. Wenn die Unschärfe in einer Richtung kleiner ist als bei einem kohärenten Zustand, können diese Felder also nicht mehr aus unabhängigen Photonen bestehen. Squeezing entsteht deshalb aus Korrelationen zwischen Photonen Paaren.

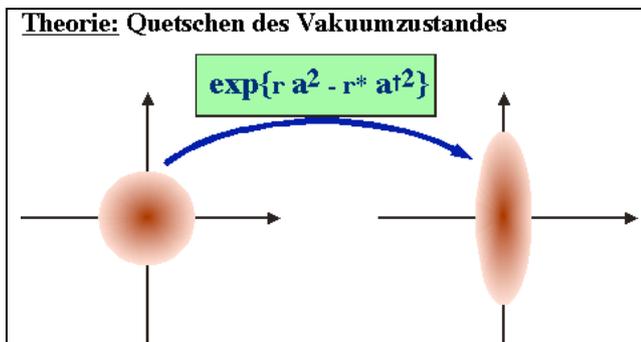
Licht kann auf unterschiedliche Weise gequetscht werden, wobei die entsprechenden Rauscheigenschaften für unterschiedliche Experimente nützlich sein können. Zustände mit reduziertem Rauschen einer Quadraturamplitude sind z.B. interessant für kohärente optische Kommunikation. Eine andere Möglichkeit ist reduziertes Phasenrauschen. Solche Zustände sind z.B. für interferometrische Messungen interessant.

Zahlzustände (Fockzustände) sind Zustände mit reduzierten Intensitätsfluktuationen. Dafür ist die Phase dieser Zustände völlig unbestimmt. Solche Zustände eignen sich z.B. für hochempfindliche Absorptionsmessungen, da hier die Phase nicht relevant ist und sie durch das Schrotrauschen begrenzt sein können, welches in Fockzuständen eliminiert wird.



### 6.3.2 Erzeugung

Die Erzeugung von gequetschtem Licht ist in der Theorie relativ einfach. Man benutzt dafür einen 'squeezing' Operator.

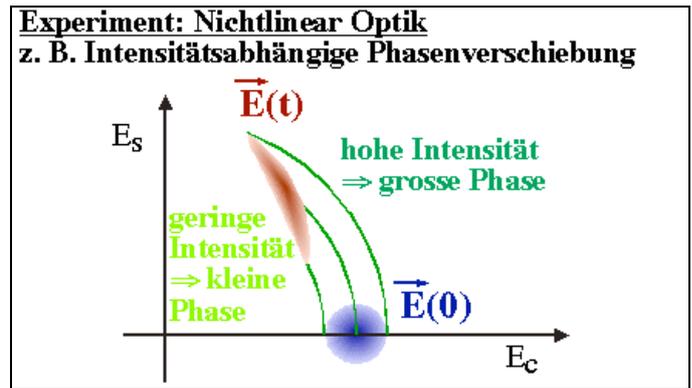


Dieser hat im einfachsten Fall die Form

$$\exp(r a^2 - r^* a^{\dagger 2}) ,$$

d.h. er enthält die zweite Potenz des Erzeugungs- und Vernichtungsoperators. Photonen werden somit in Paaren erzeugt, resp. vernichtet. Der Parameter  $r$  misst den Grad des squeezing. Für das Experiment bedeutet dies, dass man nichtlineare optische Prozesse verwenden muss, um das Licht zu 'quetschen'. Dazu braucht man natürlich ein entsprechendes Medium. In den bisher realisierten Experimenten benutzte man dazu entweder nichtlineare dielektrische Kristalle, oder aber resonante atomare Medien. Prinzipiell kann aber bei praktisch jedem nichtlinear optischen Prozess 'squeezing' entstehen. Man kann deshalb davon ausgehen, dass gequetschtes Licht in vielen Fällen entsteht ohne dass die Erzeuger es bemerken.

Ein möglicher Weg zu gequetschtem Licht, der besonders anschaulich erklärt werden kann, beruht auf dem optischen Kerr Effekt, einer intensitätsabhängigen Phasenverschiebung. Man geht von einem kohärenten Zustand aus, hier im Bild als runde Scheibe dargestellt. Läuft dieses Licht durch ein Kerr Medium, so erfährt es je nach Intensität eine unterschiedlich große Phasenverschiebung - in diesem Diagramm also eine Drehung um den Ursprung des Koordinatensystems. Diejenigen Teile dieser Scheibe, welche hohen Intensitäten entsprechen, also die äußeren Teile, erfahren dabei die größere Phasenverschiebung, werden also in dieser Darstellung weiter gedreht als der Teil näher beim Ursprung des Koordinatensystems. Auf diese Weise erhält man einen Zustand erzeugt, der in einer Richtung eine kleinere Unschärfe aufweist, als der kohärente Zustand.

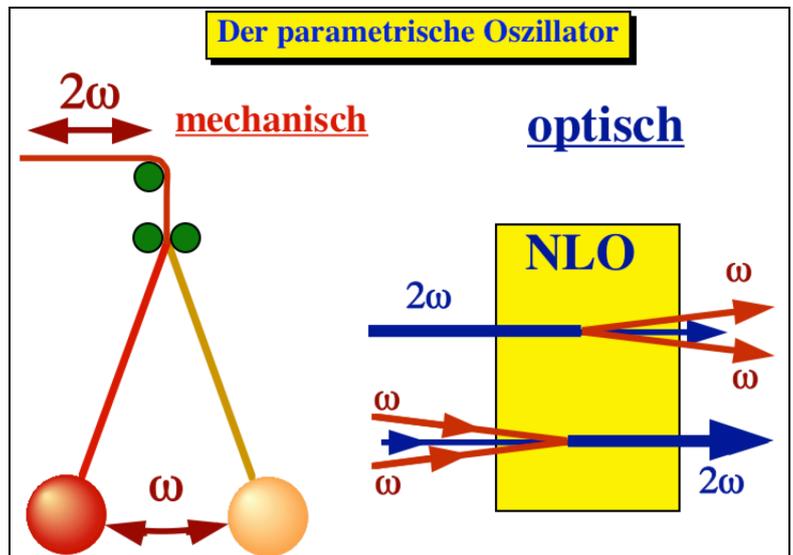


Die Fläche dieser Kreisscheibe, also die gesamte Unschärfe des Zustandes ist unabhängig von der Entfernung vom Ursprung. Squeezing kann also bei allen Intensitäten auftreten, was natürlich eine wesentlich Voraussetzung für die Erzeugung von gequetschten Zuständen über nichtlinear optische Prozesse darstellt.

### 6.3.3 Parametrischer Oszillator

Der am häufigsten benutzte Prozess, um gequetschtes Licht herzustellen, benutzt einen parametrischen Oszillator.

Den parametrischen Oszillator kann man auch mechanisch realisieren. Das entsprechende Modell besteht im wesentlichen aus einem gewöhnlichen Pendel, dessen Pendellänge periodisch verkürzt und verlängert werden kann. Wie ein gewöhnliches Pendel kann man auch diesem Pendel resonant Energie zuführen, indem man die Pendellänge periodisch ändert. Die Resonanzbedingung ist aber anders als bei einer direkten Anregung: man muss die Pendellänge mit der doppelten Pendelfrequenz modulieren. Es gibt außerdem noch einen wesentlichen Unterschied: wenn das Pendel zu Beginn nicht ausgelenkt ist, so kann es auch keine Energie aufnehmen. Das parametrische Pendel wird nur angeregt wenn es bereits ausgelenkt ist. Dies ist ein Hinweis darauf, dass die Dynamik dieses Pendels nichtlinear ist; parametrische Prozesse erfüllen deshalb eine Voraussetzung für die Erzeugung von gequetschtem Licht.



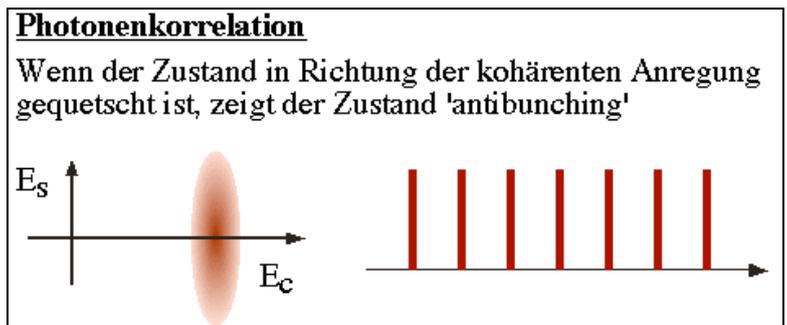
Das optische Analogon dieses mechanischen Modells besteht aus zwei gekoppelten Moden des Strahlungsfeldes, wobei die Frequenz der einen Mode doppelt so groß ist wie die der anderen. Durch die Kopplung, welche über ein optisch nichtlineares Medium geschieht, ist es möglich, z.B. ein blaues Photon in zwei rote Photonen mit der halben Energie umzuwandeln. Auch der umgekehrte Prozess ist möglich, nämlich die Umwandlung von zwei roten Photonen in ein blaues mit der doppelten Energie.

Für den Zweck dieser Betrachtungen spielt es keine Rolle, wie diese Prozesse im Detail ablaufen. Wesentlich ist praktisch nur, dass es sich um nichtlineare Prozesse handelt. Lineare optische Prozesse führen nämlich kohärente optische Zustände in andere kohärente Zustände über. Nichtlineare Prozesse, hingegen, können zu einer Verzerrung der Form des Zustandes führen und damit squeezing ermöglichen.

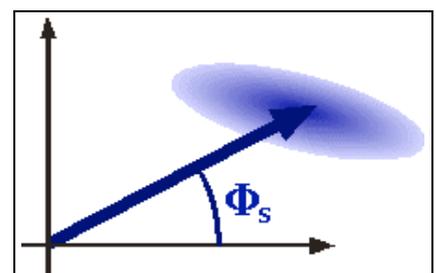
### 6.3.4 Messung

Mindestens so schwierig wie die Erzeugung von gequetschtem Licht ist dessen Nachweis.

Am einfachsten ist dies, wenn der Zustand in Richtung der kohärenten Anregung gequetscht ist, wie in diesem Beispiel dargestellt. Offensichtlich ist in diesem Fall die Intensität 'gequetscht'. Dies kann man in einem Photonen-Korrelationsexperiment nachweisen, da ein solcher Zustand eine sub-Poisson Statistik ergibt: die Photonen zeigen "antibunching", d.h. sie kommen in regelmäßigeren Abständen an, als bei einer klassischen Welle möglich wäre.



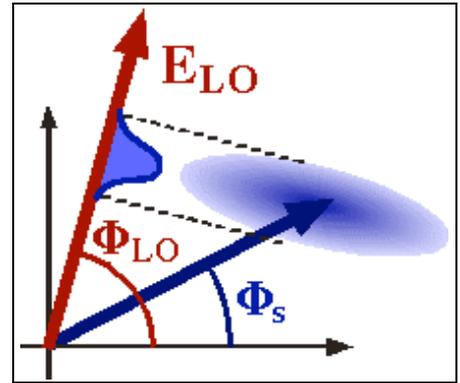
Bei einer allgemeinen Orientierung des gequetschten Zustandes wird die Photonenzahl aber eher super-Poisson sein. Die gemessene Unschärfe der Photonenzahl  $\delta n$  kann als Interferenz der Amplitudenunschärfe  $\delta E$  mit der kohärenten Anregung  $E$  verstanden werden:



$$\delta n = |E \delta E| ,$$

d.h. als Projektion auf die Richtung der kohärenten Anregung.

Um hier die gequetschte Unschärfe zu sehen, muss man eine phasenempfindliche Messmethode anwenden: Der Zustand wird auf eine andere Achse projiziert als auf die Richtung der Anregung.



### 6.3.5 Heterodyn-Detektion

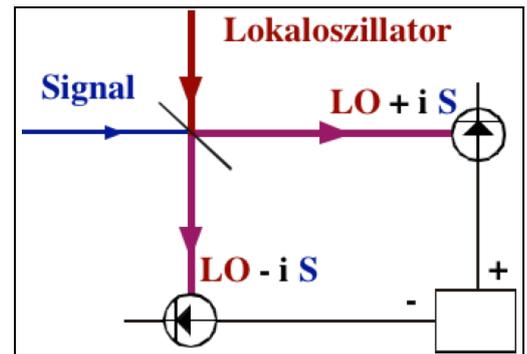
Dies ist möglich mit Hilfe eines sog. Heterodyn Nachweises.

Dabei wird dem zu messenden Signal ein starkes zusätzliches Feld überlagert, der sogenannte Lokaloszillator:

$$E = E_{\text{sig}} + E_{\text{lo}} .$$

Das Signal ist proportional zur Intensität und damit zu

$$|E|^2 = |E_{\text{sig}} + E_{\text{lo}}|^2 = |E_{\text{sig}}|^2 + 2\text{Re}\{E_{\text{sig}}E_{\text{lo}}\} + |E_{\text{lo}}|^2 .$$



Der mittlere Term hängt von der relativen Phase von Signal- und LO-Feld ab; er erlaubt somit die Messung beliebiger Komponenten der komplexen Feldamplitude  $E_{\text{sig}}$ . Je nach Wahl der Phase kann man also die minimalen oder maximalen Fluktuationen messen.

Werden Signal und Lokaloszillator auf einem 50/50 Strahlteiler überlagert, so erhält man in den beiden Ausgängen zwei Überlagerungen, deren relative Phasen sich um 180 Grad unterscheiden. Damit besitzt der Interferenzterm auf dem beiden Detektoren ein unterschiedliches Vorzeichen, während die Terme, die nur von einem Strahl stammen, gleiches Vorzeichen besitzen. Eine Differenzmessung ergibt somit ein Signal, das nur den Interferenzterm (=Heterodyn Term) enthält.

Zusätzlich zum kohärenten Signal misst man auch Rauschen. Dieses wird dominiert vom Schrotrauschen des Lokaloszillators: das Schrotrauschen an den beiden Detektoren ist antikorreliert, da die Photonen nur auf dem einen oder anderen Detektor eintreffen können. Die Differenzbildung addiert deshalb die beiden Beiträge. Die Überlagerung des gequetschten Signalstrahls über den Lokaloszillator ändert die Rauscheigenschaften:

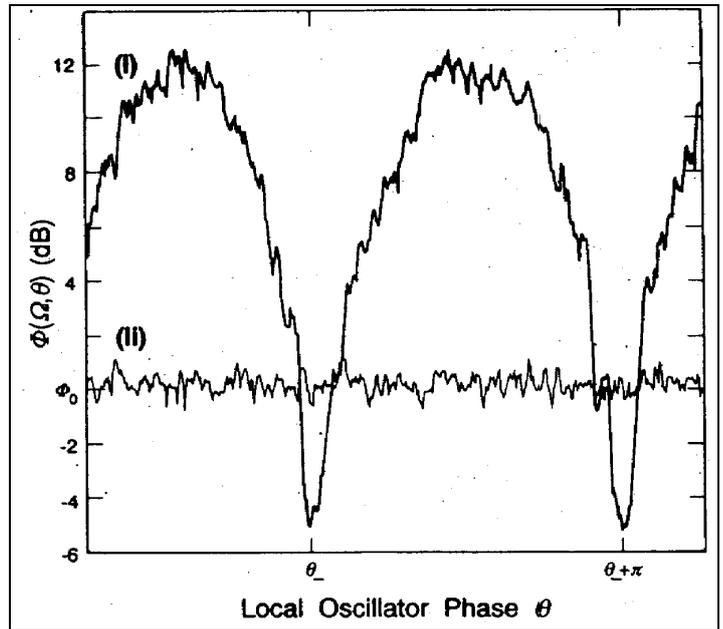
$$\langle (\Delta n)^2 \rangle = 4|\alpha_L|^2 \langle [\Delta E(\varphi)]^2 \rangle .$$

Ist der Signalstrahl der Vakuumzustand (d.h. kein Licht) oder ein anderer kohärenter Zustand, so ist

$$\langle (\Delta n)^2 \rangle = |\alpha_L|^2 \epsilon_c^2 .$$

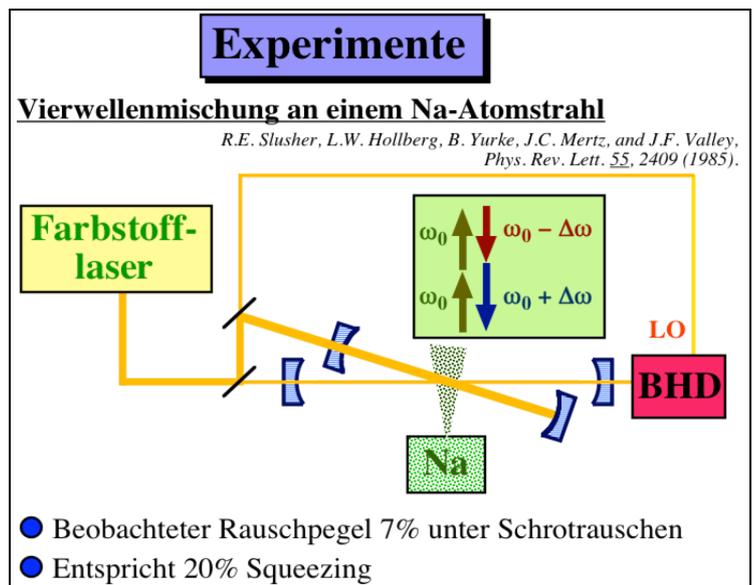
Fällt statt dessen gequetschtes Licht auf den Strahlteiler, so kann das Rauschen kleiner oder größer werden. Ändert man die Phase des Lokaloszillators, so kann man sämtliche Quadraturkomponenten des Signalfeldes messen.

Die konstante Spur (II) zeigt das Rauschen ohne Signalfeld, die Spur (I) das Rauschen mit Signalfeld als Funktion der Phase des lokalen Oszillators. Squeezing erkennt man hier ganz einfach daran, dass das gemessene Rauschen bei einer geeigneten Phase kleiner ist als ohne Signalfeld. Dies zeigt noch einmal deutlich die nichtklassische Natur des Lichtes: Klassisch addieren sich die Rauschleistungen unabhängiger Signale immer; hier findet man aber eine niedrigere Rauschleistung, wenn man das Signal einschaltet, als wenn es verschwindet. Quantenmechanisch drückt man dies so aus, dass, wenn das Signal hier nicht einfällt, dieser Eingang nicht einfach leer ist im klassischen Sinn, sondern dass in diesem Fall der Vakuumzustand hier einfällt - und dieser hat selber ein Rauschen, nämlich aufgrund der Grundzustandsenergie des harmonischen Oszillators.



### 6.3.6 Squeezing an Na

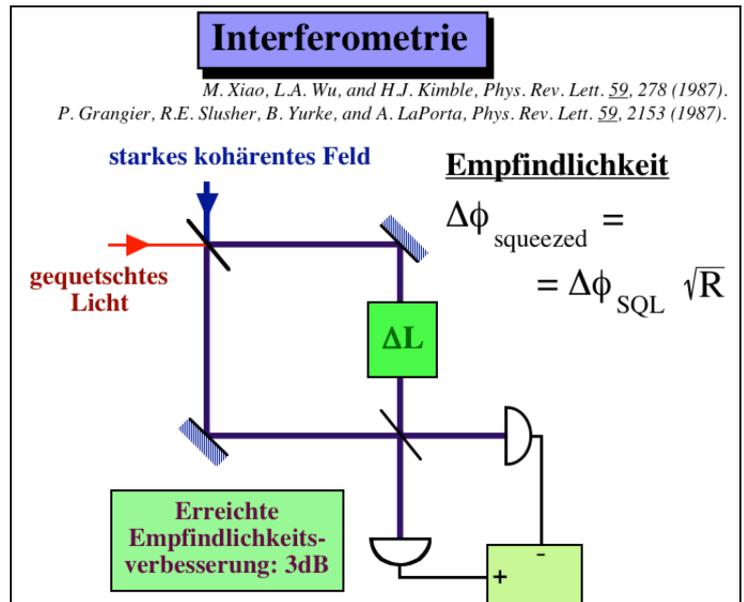
Die erste experimentelle Beobachtung eines gequetschten Zustandes wurde von den Bell Labs publiziert. Die Gruppe benutzte dazu Vierwellenmischung an einem Natrium Atomstrahl. Um die Effekte zu verstärken, wurde das Experiment in einem optischen Resonator durchgeführt. Ein starker Pumpstrahl dient dazu, das Medium in einen nichtlinearen Bereich zu treiben, sodass das squeezing auf dem zweiten, wesentlich schwächeren Strahl erfolgen kann. Durch die nichtlineare Wechselwirkung zwischen den optischen Moden und den Na Atomen werden zwei Photonen des Pumpstrahls in zwei Seitenbandphotonen umgewandelt, d.h. in Photonen, deren Energie gegenüber dem Pumplicht um einen Betrag  $\Delta\omega$  verschoben ist. Dadurch entsteht also eine Korrelation zwischen diesen Photonen, welche letztlich zum squeezing Effekt führt. Die Sig-



nalwelle wurde, wie oben gezeigt, in einen Heterodyn-Detektor gebracht, welcher zur Analyse des Amplitudenrauschens benutzt wurde. Als Lokaloszillator wurde ein Teilstrahl des gleichen Lasers verwendet. Die Gruppe maß eine Reduktion des Rauschens unter die Schrotrauschgrenze um 7%. Daraus kann man, unter Berücksichtigung der Detektorempfindlichkeiten, auf das Squeezing zurückrechnen und erhält eine Zahl von rund 20%. Maximales Squeezing sollte für hohe Leistungen erreicht werden, aber andererseits wird natürlich der Nachweis bei hohen Leistungen um so schwieriger.

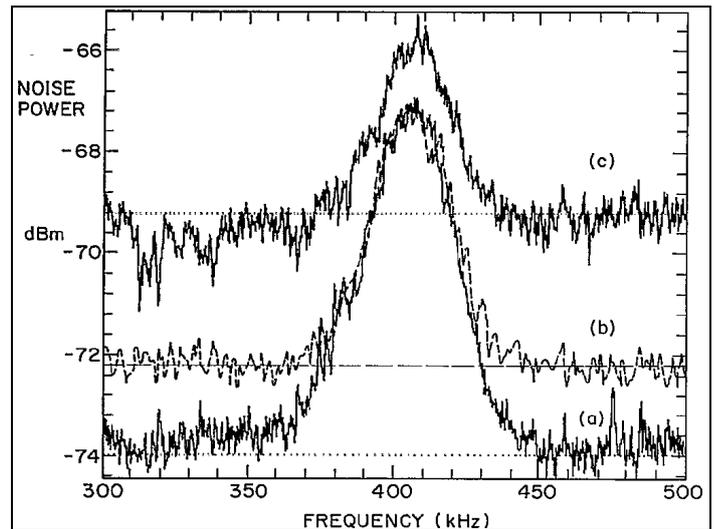
### 6.3.7 Anwendung: Interferometrie

Die ersten experimentell demonstrierten Anwendungen von gequetschtem Licht stammen zum einen ebenfalls aus den Bell Labs, zum anderen aus Texas. Dass interferometrische Experimente mit Hilfe von gequetschtem Licht höhere Empfindlichkeiten erreichen können, war seit längerem bekannt und eine der stärksten Motivationen für die Arbeiten auf diesem Gebiet. Der hier gezeigte Aufbau entspricht im wesentlichen einem Mach-Zehnder Interferometer, also einem Gerät zur genauen Messung von Distanzunterschieden. Der Messtrahl



wird an einem ersten Strahlteiler aufgeteilt und die beiden Teilstrahlen auf einem zweiten Strahlteiler wieder zusammengeführt. Je nach Weglängenunterschied fällt der Strahl hinter diesem Strahlteiler auf den einen oder anderen Detektor. Wie beim gewöhnlichen heterodyn Nachweis ist das resultierende Rauschen des Detektors durch das Quantenrauschen des schwachen Strahls beschränkt, welcher am ersten Strahlteiler dem starken Messstrahl überlagert wird. In einem gewöhnlichen Mach-Zehnder Interferometer befindet sich diese Mode im Vakuumzustand, d.h. man erhält im Idealfall ein Schrotrauschlimitiertes Signal. Wenn man statt dessen einen gequetschten Zustand einfallen lässt, erhält man ein Rauschen, das um den Betrag  $\sqrt{R}$  kleiner ist, wobei R das squeezing parametrisiert. R = 1 entspricht einem kohärenten Zustand, z.B. dem Vakuumzustand, R=0 einem perfekt gequetschten Zustand.

Mit einem solchen Aufbau gelang es 1987 zwei Gruppen, interferometrische Messungen unterhalb der Schrotrauschgrenze durchzuführen. Die mittlere Spur stellt das Rauschen ohne gequetschtes Licht dar, d.h. mit dem Vakuumzustand am zweiten Eingang. Die beiden durchgezogenen Kurven entsprechen zwei Quadraturamplituden des gequetschten Zustandes, welche eine Erniedrigung, resp. Erhöhung des Rauschens zeigen. In diesem Beispiel wurden 2 dB, in anderen Experimenten auch mehr Rauschunterdrückung erreicht.

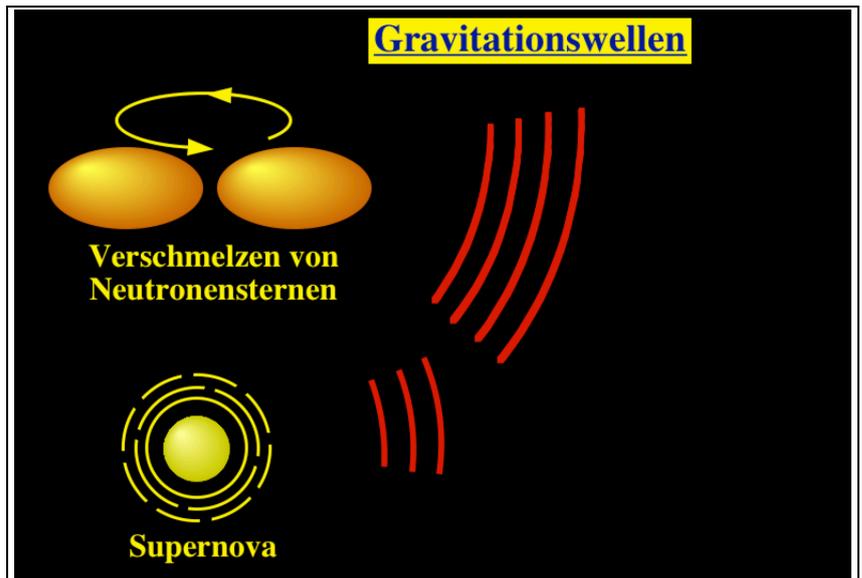


Andere interferometrische Messungen, welche bereits an der Schrotrauschgrenze durchgeführt werden und somit von solchen Experimenten profitieren könnten, umfassen Lasergyroskope oder phasenempfindliche Detektoren in der kohärenten optischen Kommunikation. Ein wesentliches Problem bei solchen Experimenten ist immer die Tatsache, dass gequetschte Zustände sehr empfindlich sind. Jegliche Art von Verlusten, wie z.B. nicht 100% effiziente Detektoren, vermindern das effektive Squeezing. Wenn man einen perfekten Zahlzustand, also einen Zustand mit wohldefinierter Photonenzahl und damit verschwindenden Intensitätsschwankungen, auf einen Detektor mit einer Quantenausbeute von 50% misst, erhält man das gleiche Rauschen wie bei einem kohärenten Zustand mit der gleichen mittleren Photonenzahl - d.h. dadurch ist der gesamte squeezing-Effekt verschwunden.

### 6.3.8 Gravitationswellen

Eine der Anwendungen, welche möglicherweise stark von gequetschtem Licht profitieren könnte ist der Nachweis von Gravitationswellen. Die allgemeine Relativitätstheorie erklärt ja die Schwerkraft als eine Verzerrung des Raumes. Bewegte Massen sollten deshalb zu zeitlich veränderlichen Verzerrungen führen, die sich außerdem durch den Raum ausbreiten. Diese Gravitationswellen sind bisher aber erst theoretisch vorausgesagt worden; der experimentelle Nachweis ist sehr aufwendig, denn die theoretisch vorausgesagten Längenänderungen sind sehr klein. Diejenigen Prozesse, welche die größten Effekte erzeugen sollten, sind astrophysikalische Vorgänge, bei denen große Massen in kurzer Zeit große Veränderungen erfahren.

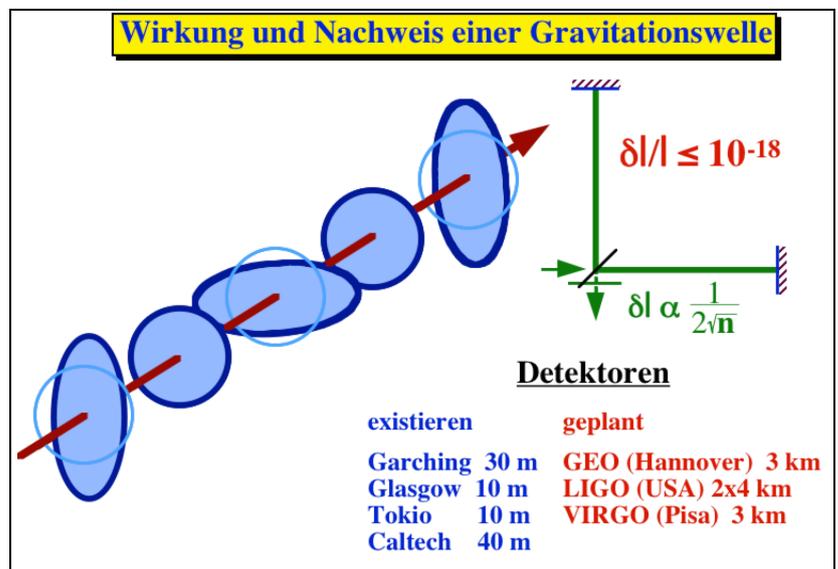
Zu den wichtigsten Beispielen gehören das Verschmelzen von zwei Neutronensternen oder die Explosion einer Supernova. Im ersten Fall würden sich die beiden Neutronensterne zunächst um ihren gemeinsamen Schwerpunkt drehen, wobei sie durch Gezeiteneffekte unter dem Einfluss ihrer gegenseitigen Anziehung stark verformt wären. Dabei würden also zwei sehr große, kompakte Massen rasche Bewegungen ausführen und dadurch Energie in der Form von Gravitationswellen abstrahlen. Durch diesen Energieverlust wird die Bahn immer enger, bis die beiden Sterne verschmelzen.



Bei einer Supernova werden natürlich ebenfalls sehr große Massen rasch bewegt und erzeugen dadurch Gravitationswellen, welche wiederum einen erheblichen Teil der freiwerdenden Energie abführen. Diese Gravitationswellen breiten sich dann mit Lichtgeschwindigkeit aus, bis sie auf die Erde treffen, wo wir sie nachweisen können.

### 6.3.9 Nachweis von Gravitationswellen

Die Gravitationswelle kann man sich ähnlich wie eine elektromagnetische Welle vorstellen, wobei der Raum in orthogonalen Richtungen gestreckt, resp. verkürzt wird. An einem fixen Ort sieht man also periodische Verzerrungen, wobei die Periode von der Art der Quelle abhängt. Für die erwähnten astrophysikalischen Quellen liegen die erwarteten Perioden etwa in der Gegend einer ms, was Wellenlängen von einigen hundert bis einigen tausend km entspricht. Um solche Wellen nachzuweisen, könnte man prinzipiell den hier gezeigten Aufbau eines Michelson Interferometers benutzen. Allerdings muss man dafür recht genau arbeiten, da man bei den wahrscheinlichsten Prozessen mit relativen Längenänderungen von  $\delta l/l \approx 10^{-20}$  rechnet, welche auf einer Zeitskala von etwa 1 ms ablaufen. Die optimal Größe des Resonators würde einer halben Wellenlänge



entsprechen, also einigen km. Um die Gravitationswellen nachweisen zu können, muss man in einem solchen Resonator Längenänderungen von der Größe  $1/100$  des Durchmessers eines Atomkerns nachweisen können. Als Vergleich kann man dies auf die Distanz Sonne-Erde beziehen, die man auf einige Atomdurchmesser genau bestimmen müsste. Die Länge der Interferometerarme wird über die optische Phase gemessen, welche für 'klassisches' Licht mit einer Genauigkeit von  $1/(2\sqrt{n})$  gemessen werden kann (Y. Yamamoto and H.A. Haus, 'Preparation, measurement and information capacity of optical quantum states', Rev. Mod. Phys. 58, 1001-1020 (1986).). Je grösser die Anzahl der Photonen, desto genauer kann also die Armlänge bestimmt werden. Heute stehen bereits mehrere Prototypen von solchen Detektoren in Betrieb. Sie dienen im wesentlichen dazu, Erfahrungen zu sammeln und die Technik auszutesten. Es sind aber auch schon Pläne für größere Systeme gemacht worden. Die USA werden dieses Jahr mit dem Bau von zwei Interferometern anfangen - einer soll in Washington, also im NE entstehen, einer in Louisiana, also im S. Auch in Europa sind mehrere Anlagen geplant, und Japan und Australien diskutieren eigene Projekte.

Ein Squeezing von 20% würde die Chance für eine erfolgreiche Messung um einen Faktor 3 erhöhen. Inzwischen wurden auch schon höhere Werte erreicht, welche bei einer Anwendung im Gravitationswelleninterferometer die Nachweischancen um rund eine Größenordnung erhöhen würden.

### **6.3.10 Weitere Anwendungen**

Ein weiteres Beispiel, welches hohe Anforderungen an die Messgenauigkeit stellt, ist die kohärente optische Kommunikation. Hier werden heute schon hunderte von Milliarden bit pro Sekunde übermittelt, wobei Leistungen in der Größenordnung von einem Milliwatt benutzt werden. Pro Bit stehen also nur noch einige tausend Photonen zur Verfügung und das Schrotrauschen limitiert deshalb bald die mögliche Messgenauigkeit, resp. Bit-Fehler Rate. Prinzipiell kann man das Signal zu Rausch Verhältnis verbessern indem man höhere Leistungen, also größere Photonenraten, verwendet. Es dürfte aber klar sein, dass dies nicht beliebig weit getrieben werden kann. Eine Alternative besteht darin, nichtklassisches Licht zu verwenden, bei dem die erreichbare Messgenauigkeit nicht mehr durch das Schrotrauschen, resp. durch die Poisson-Statistik beschränkt ist.

Als letzter Punkt sollte auch erwähnt werden dass anhand einiger Beispiele gezeigt wurde, dass gequetschtes Licht empfindlichere Spektroskopie erlaubt.

## 6.4 Rückwirkungsfreie Messungen

### 6.4.1 Rückwirkung

Eine weitere Möglichkeit für Messungen unterhalb der Schrot-rauschgrenze hängt eng zusammen mit dem Konzept der sogenannten QND, Quantum nondestruction Detection oder, wie man das vielleicht übersetzen könnte, rückwirkungsfreie oder rückwirkungsarme Messungen. Ich möchte das Konzept zunächst anhand eines mechanischen Beispiels erläutern. Betrachten wir also ein Teilchen mit Position  $x$  und Impuls  $p$ . Auch Quantenmechanisch kann man die Position des Teilchens - der Einfachheit halber in einer Dimension - im Prinzip beliebig genau messen, z.B. indem man es durch einen Spalt passieren lässt. In dem Moment, wo das Teilchen durch den Spalt tritt, wissen wir mit Bestimmtheit, dass es sich an der Stelle des Spaltes befindet. Wenn diese Messung sehr genau ist, dann erhält aber der Impuls des Teilchens eine entsprechende Unschärfe gemäß der Heisenberg Beziehung. 'Genau' ist übrigens in diesem Zusammenhang sehr gut definiert: Es bedeutet, dass die Breite des Spaltes vergleichbar sein muss mit der deBroglie Wellenlänge des Teilchens. Zunächst stört uns diese Unschärfe des Impulses nicht weiter - wir wollten ja die Position des Teilchens messen, der Impuls interessiert uns vorläufig nicht. Wenn wir die Position aber ein weiteres mal messen wollen, so finden wir anstelle der scharfen Position bei der Position des Schlitzes ein Beugungsmuster, das um so breiter ist, je schmaler der Schlitz bei der ersten Messung war. Je genauer wir die Position des Teilchens bei der ersten Messung bestimmen, desto ungenauer werden die späteren Messungen ausfallen. Es ist also prinzipiell nicht möglich, die Position eines freien Teilchens wiederholt mit beliebiger Genauigkeit zu messen.



der Einfachheit halber in einer Dimension - im Prinzip beliebig genau messen, z.B. indem man es durch einen Spalt passieren lässt. In dem Moment, wo das Teilchen durch den Spalt tritt, wissen wir mit Bestimmtheit, dass es sich an der Stelle des Spaltes befindet. Wenn diese Messung sehr genau ist, dann erhält aber der Impuls des Teilchens eine entsprechende Unschärfe gemäß der Heisenberg Beziehung. 'Genau' ist übrigens in diesem Zusammenhang sehr gut definiert: Es bedeutet, dass die Breite des Spaltes vergleichbar sein muss mit der deBroglie Wellenlänge des Teilchens. Zunächst stört uns diese Unschärfe des Impulses nicht weiter - wir wollten ja die Position des Teilchens messen, der Impuls interessiert uns vorläufig nicht. Wenn wir die Position aber ein weiteres mal messen wollen, so finden wir anstelle der scharfen Position bei der Position des Schlitzes ein Beugungsmuster, das um so breiter ist, je schmaler der Schlitz bei der ersten Messung war. Je genauer wir die Position des Teilchens bei der ersten Messung bestimmen, desto ungenauer werden die späteren Messungen ausfallen. Es ist also prinzipiell nicht möglich, die Position eines freien Teilchens wiederholt mit beliebiger Genauigkeit zu messen.

Dies ist nicht für alle Variablen der Fall. Im gleichen Beispiel eines freien Teilchens kann man den Impuls wiederholt mit beliebiger Genauigkeit messen. Dabei wird zwar jeweils die Ortsunschärfe sehr groß, doch diese hat keinen Einfluss auf spätere Messungen des Impulses. Der Unterschied zwischen den beiden Variablen liegt im Hamiltonoperator begründet:

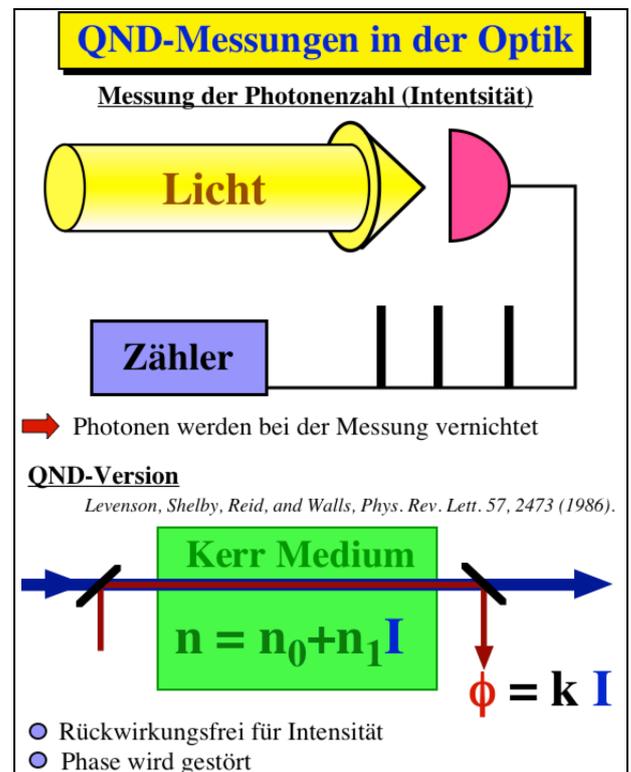
$$\mathcal{H} = p^2/2m .$$

Der Impuls (und somit seine Unschärfe) bestimmt die Entwicklung des Teilchens. Ein Eigenzustand des Impulses (wie er aus einer idealen Messung resultiert) kommutiert mit dem Hamiltonoperator und ist deshalb zeitunabhängig. Ein Eigenzustand des Ortes (mit einer entsprechend großen Impuls-Unschärfe) hingegen kommutiert nicht mit dem Hamiltonoperator und ist deshalb zeitabhängig. Eine weitere Messung gibt deshalb ein anderes Resultat. Man drückt dies so aus, dass der Impuls eines freien Teilchens eine QND-Variable sei, nicht aber die Position. Allgemein bezeichnet man Operatoren als QND-Variablen für ein bestimmtes System wenn ihre Messung wiederholt mit beliebiger Genauigkeit durchgeführt werden kann.

### 6.4.2 Optische QND Messungen

Das gleiche Problem stellt sich auch in der Optik. Wenn wir zum Beispiel die Photonenzahl, d.h. die Intensität eines Laserstrahls messen wollen, so geschieht das üblicherweise indem man das Licht auf einen Detektor fallen lässt, wo die Photonen in Elektronenimpulse umgewandelt werden. Dieser Prozess kann mit sehr hoher Quantenausbeute stattfinden und damit eine recht genaue Messung der Photonenzahl, also der Intensität, ermöglichen. Er ist aber ein sehr destruktiver Prozess: wir wissen jetzt, wie viele Photonen vor der Messung vorhanden waren, aber eine weitere Messung würde konsistent das Resultat Null ergeben.

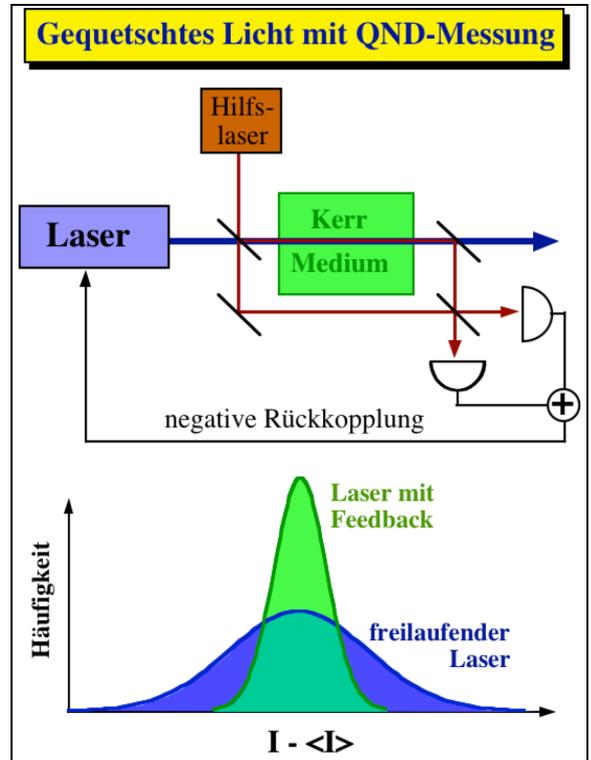
Dies ist aber nicht zwingend der Fall. Es gibt auch in der Optik bestimmte Variablen, die rückwirkungsfrei gemessen werden können, und dazu gehören die Amplituden optischer Felder. Eine mögliche Messanordnung ist hier skizziert: Man benutzt dazu ein sogenanntes Kerr Medium. Dabei handelt es sich um ein Material, dessen Brechungsindex von der Intensität des Lichtes abhängt. Die Lichtintensität ändert also den Brechungsindex, und dieser kann sehr einfach mit Hilfe eines zweiten Laserstrahls gemessen werden. Dieser Hilfslaserstrahl kann nachher gewöhnlich detektiert werden, und wir erhalten dadurch ein Signal, welches die Intensitätsinformation enthält, obwohl der Laserstrahl, dessen Intensität wir nun kennen, immer noch vorhanden ist. Natürlich ist diese Information auch nicht gratis: wir haben zwar die Intensität nicht gestört, aber die konjugierte Variable, in diesem Fall also die optische Phase wurde gestört. Dies hat aber i.a. keine Rückwirkung auf die Intensität und diese Messanordnung stellt deshalb eine QND-Messung dar. Solche Experimente wurden z.B. im IBM Labor in San José durchgeführt, wobei als Kerr Medium eine optische Faser benutzt wurde, um eine möglichst hohe Wechselwirkung zwischen den beiden Laserstrahlen zu erhalten. Andere Experimente (P. Gran-



gier, J.F. Roch, and G. Roger, Phys. Rev. Lett. 66, 1418 (1991).) wurden mit resonanten atomaren Medien durchgeführt. In diesem Fall gelang es insbesondere, Intensitätskorrelationen zwischen Laserstrahlen von zwei unabhängigen Lasern zu erzeugen.

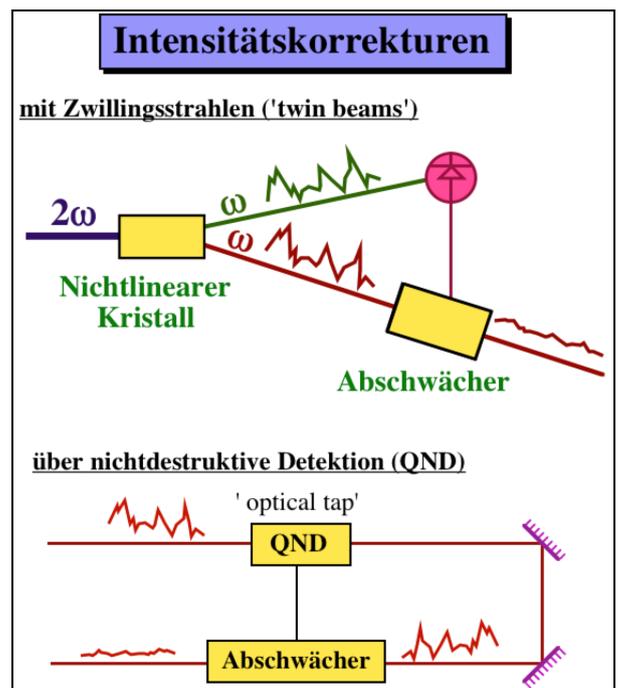
### 6.4.3 QND für Squeezing

Da man mit einer solchen Messung die Intensität eines Laserstrahls beliebig genau messen kann, ohne sie zu stören, stellt dies eine ideal Voraussetzung dar, um die Intensität eines Lasers zu stabilisieren. Ein möglicher Versuchsaufbau ist hier gezeigt. Wie vorher prinzipiell gezeigt, kann man die Intensität des blauen Lasers dadurch messen, dass man ihm einen Hilfslaser überlagert. Diese Anordnung dient zur Messung der optischen Phase. Wie vorhin erläutert, erhält man aus der optischen Phase des roten Lasers die Intensität des blauen Lasers. Das Signal kann man natürlich mit einem Sollwert vergleichen und das entsprechende Fehlersignal als Rückkopplung auf den Laser bringen und damit die Intensität stabilisieren. Ein idealer Laser erzeugt im freilaufenden Betrieb, weit oberhalb der Laserschwelle, Licht, dessen Intensität durch das Schrotrauschen limitiert ist. Durch diese Rückkopplung kann man die



Intensität stabilisieren und näher zum gewünschten Wert bringen.

Solche Intensitätskorrekturen kann man natürlich nicht nur am Laser selber durchführen, sondern auch am Laserstrahl - es muss im Prinzip nicht einmal ein Laserstrahl sein, es könnte auch eine konventionelle Lichtquelle sein. Allerdings sollte sie schon möglichst in der Nähe der Schrotrauschgrenze arbeiten.



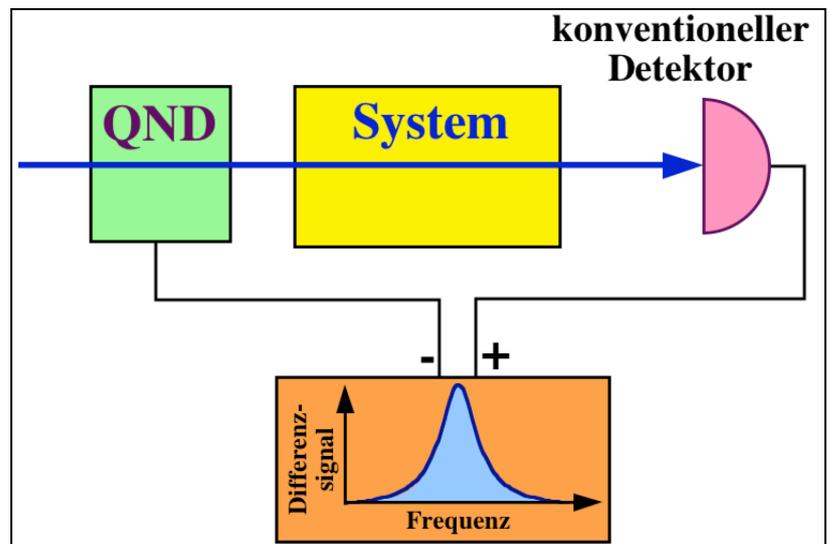
Bisher wurden zwei Methoden vorgeschlagen oder demonstriert. Im einen Fall benutzt man korrelierte Laserstrahlen, welche wiederum in einem nichtlinear optischen Prozess hergestellt werden: in einem optisch nichtlinearen Kristall werden aus einem Photon durch 'parametric down-conversion' zwei Photonen mit niedrigerer Energie hergestellt. Diese beiden Photonen sind sozusagen Zwillinge: da sie aus dem gleichen Mutterphoton entstehen, haben sie

genau die gleiche Geburtszeit; die bei-

den Intensitäten sind deshalb exakt gleich, d.h. die Schwankungen sind vollständig korreliert. Durch eine Messung der Intensität des einen Strahls weiß man also genau die Intensität des anderen Strahls und kann somit ein Korrektursignal auf einen steuerbaren Abschwächer schicken, welcher die Amplitude korrigieren kann. Dabei kann man einen gewöhnlichen, destruktiven Detektor benutzen - man will ja den zweiten Strahl korrigieren. Wenn man keine Zwillingsstrahlen zur Verfügung hat, kann man trotzdem eine solche Messung durchführen. Man muss dann aber wiederum eine QND-Messung benutzen. Das erlaubt dann sogar eine 'feed-forward' Korrektur der Intensität, d.h. man kann hier - im Prinzip - mit beliebig grosser Bandbreite korrigieren.

#### 6.4.4 Empfindlichkeitssteigerung mit QND

QND-Messungen erlauben es aber auch, mit konventionellem Licht Messungen durchzuführen, die nicht durch die Schrotrauschgrenze limitiert sind. Prinzipiell kann dies so ablaufen: man führt zunächst eine QND-Messung, z.B. der Intensität des Laserstrahls durch, der anschließend mit dem zu untersuchenden System in Wechselwirkung tritt. Danach kann man eine gewöhnliche Messung der verbleibenden Intensität durchführen.



Diese Messung ist zwar mit Quantenrauschen behaftet, aber dank der ersten Messung kennen wir dieses Quantenrauschen und können es in der Verarbeitung der Daten subtrahieren. Zum mindesten in linearen Systemen kann man auf diese Weise Messresultate erhalten, die nicht durch das Quantenrauschen verfälscht sind.

Zusammenfassend ...

## Literatur

### Quantenoptik

P. Meystre and M.Sargent III, 'Elements of Quantum Optics', Springer, Berlin (1990).

### Nichtlineare Optik

Y.R. Shen, 'The principles of nonlinear optics', Wiley, New York (1984).

### Squeezing

D.F. Walls, 'Squeezed states of light', Nature 306, 141-146 (1983).

### QND

V.B. Braginsky, Y.I. Vorontsov, and K.S. Thorne, 'Quantum nondemolition measurements', Science 209, 547 (1980).

## Zusammenfassung

### - Wo liegen die Grenzen der klassischen Theorie ?

- **Die Maxwell Gleichungen sind lokal**  
Korrelationen zwischen Photonen werden deshalb nicht erklärt.  
Bsp: EPR-Korrelationen, Photon-Antibunching, Squeezing
- **Nullpunktenergie des freien Feldes**  
Die Wechselwirkung des Vakuumzustandes mit materiellen Systemen führt zu spontaner Emission, Lamb Shift,  $g-2$

### - Wann hilft die Quantenmechanik weiter ?

- **Empfindlichkeit über der "Schrotrauschgrenze"**  
Zustände des elektromagnetischen Feldes, die klassisch nicht beschreibbar sind ("squeezed states"), ermöglichen Experimente mit einer Empfindlichkeit, die unterhalb der Schrotrauschgrenze liegt.

Beispiele: Laser-Gyroskop, Gravitationswellendetektor, kohärente optische Kommunikation

Für diejenigen, welche sich noch genauer mit der Materie auseinandersetzen möchten, gibt es eine Reihe von Lehrbüchern und Übersichtsartikeln. Zur quantenmechanischen Natur des Lichtes, insbesondere seinen Rauscheigenschaften, gibt es ein ausgezeichnetes Lehrbuch von Meystre und Sargent. Nichtklassische Zustände des Lichtes, die ich hier behandelt habe, beruhen alle auf Korrelationen zwischen Photonen. Um diese Korrelationen zu erzeugen, benötigt man nichtlineare optische Prozesse. Die wichtigsten dieser Prozesse sind z.B. in diesem Buch von Ron Shen zusammengestellt. Eine Beschreibung von gequetschten Zuständen des Lichts gibt es zum einen im Buch von Meystre und Sargent. Es gibt aber auch einen Einführungsartikel von Dan Walls in Nature, welcher die wesentlichen Aspekte darstellt. Dieser Artikel ist sehr anschaulich und leicht verständlich geschrieben. Er ist allerdings schon 10 Jahre alt und enthält deshalb noch keine experimentellen Resultate, sondern faßt die theoretischen Voraussagen zusammen. Zum Thema der rückwirkungsfreien Messungen, sogenannten QND-Experimenten, gibt es ebenfalls einen etwas älteren Übersichtsartikel, welcher das Prinzip in leicht verständlicher Form darstellt.