

## **5. Lichtkräfte und Laserkühlung**

<b>5. Lichtkräfte und Laserkühlung</b>	<b>1</b>
<b>5.1 Lichtkräfte</b>	<b>2</b>
5.1.1 Klassische Behandlung	2
5.1.2 Quantenmechanik: Impulserhaltung	3
5.1.3 Abschätzung der Größenordnung	4
5.1.4 Spontane Streukraft	5
5.1.5 Frequenzabhängigkeit und Dopplerverschiebung	6
5.1.6 Frequenzchirp	7
<b>5.2 Dopplerkühlung</b>	<b>9</b>
5.2.1 Das Prinzip	9
5.2.2 Reibungskraft	10
5.2.3 Viskosität	11
5.2.4 Geschwindigkeitsdiffusion: Phänomenologie	12
5.2.5 Aufheizeffekt	13
5.2.6 Dopplerlimite	13
5.2.7 Historische Entwicklung	15
5.2.8 Magnetooptische Fallen	16
5.2.9 Anwendungen: Präzisionsspektroskopie	17
5.2.10 Bose-Einstein Kondensation	18
<b>5.3 Konservative Kräfte</b>	<b>19</b>
5.3.1 Klassisches Bild: Optisches Potential	19
5.3.2 Eigenschaften der Dipolkraft	20
5.3.3 Optische Pinzetten	20
5.3.4 Reflexion: Spiegel für Atome	22
5.3.5 Atomoptik	23

## 5.1 Lichtkräfte

Licht kann starke mechanische Kräfte auf Atome ausüben. Dies wurde in den letzten Jahren intensiv genutzt, u.a. für die Laserkühlung (Nobelpreis 1997), welche auch zur Bose-Einstein Kondensation von Atomen, Atomlasern etc. geführt hat. Eine andere wichtige Entwicklungslinie sind optische Pinzetten, welche z.B. für die Untersuchung von einzelnen DNS-Molekülen verwendet werden.

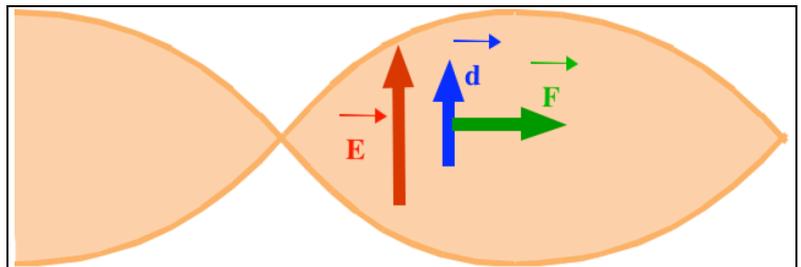
### 5.1.1 Klassische Behandlung

Klassisch können wir die Kraft, welche auf ein Atom in einem Laserstrahl wirkt, als Gradient der potentiellen Energie berechnen:

$$\vec{F} = - \vec{\nabla} U = \vec{\nabla} (\vec{E} \cdot \vec{d}) \quad .$$

Obwohl Atome kein permanentes Dipolmoment besitzen wird durch die Einstrahlung eines induziert, so dass das Skalarprodukt im allgemeinen einen nicht verschwindenden Wert aufweist. Es verschwindet hingegen auf der Resonanz, da dort Feld und Dipol 90 Grad außer Phase sind.

Der Gradient kann schnell variieren und damit große Kräfte erzeugen wenn der Laserstrahl inhomogen ist, also z.B. in einem Fokus, einer evaneszenten Welle, oder in einer stehenden Welle.



In einer ebenen Welle verschwinden die transversalen Ableitungen, so dass die Kraft in Ausbreitungsrichtung wirkt. Allerdings ist sie periodisch mit der Lichtfrequenz, so dass sie im Mittel verschwindet. Dies ändert sich jedoch wenn man die Absorption durch das Atom selber berücksichtigt: Das Feld ist dann hinter dem Atom schwächer als davor, so dass der Gradient einen nicht verschwindenden zeitlichen Mittelwert erhält und eine endliche Kraft auf das Teilchen wirkt, welche mit der Absorptionsrate zunimmt. Da ein elektromagnetisches Feld Impuls in Ausbreitungsrichtung besitzt kann man das direkt als Impulsübertrag vom Feld auf das Atom interpretieren.



### 5.1.3 Abschätzung der Größenordnung

Ü1. Berechnen Sie den Impuls eines Photons der Wellenlänge  $\lambda=589$  nm.

L1. Der Impuls eines Photons beträgt  $p_\nu = h/\lambda = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{Js} / 589 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 1.125 \cdot 10^{-27} \text{ m kg/sec}$ .

Ü2 Geschwindigkeit und Impuls eines thermischen  $^{23}\text{Na}$ -Atoms bei  $T = 500$  K.

L2. Ein thermisches Atom hat eine kinetische Energie  $kT/2 = m_{\text{Na}} v^2/2$ . Seine Geschwindigkeit ist somit  $v = \sqrt{kT/m_{\text{Na}}} = 425 \text{ m/sec}$  und sein Impuls  $p_{\text{Na}} = 1.623 \cdot 10^{-23} \text{ m kg/sec}$ .

Ü Die relative Impulsänderung bei der Absorption eines Photons.

L. Die relative Impulsänderung ist  $p_\nu/p_{\text{Na}} = 6.93 \cdot 10^{-5}$ .

Ü Die Rückstoßgeschwindigkeit bei der Absorption eines Photons.

L. Die Masse eines Natriumatoms beträgt  $m_{\text{Na}} = 23 \cdot 1.661 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 3.818 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$ . Die Einphotonen - Rückstoßgeschwindigkeit beträgt deshalb  $p_\nu/m_{\text{Na}} = 2.95 \text{ cm/sec}$ .

Ü. Berechnen Sie die Dopplerverschiebung der atomaren Resonanzfrequenz bei der Absorption eines Photons.

L. Die Dopplerverschiebung beträgt  $v_0 v/c = v/\lambda = 50 \text{ kHz}$ .

Diese Abschätzung wurde bereits von Einstein durchgeführt (A. Einstein, 'Zur Quantentheorie der Strahlung', Phys. Zeitschrift 18, 121-128 (1917).) und erstmals 1933 von Frisch beobachtet. (R. Frisch, 'Experimenteller Nachweis des Einsteinschen Strahlungsrückstosses', Z. Phys. 86, 42-48 (1933)). Dazu verwendete er einen Atomstrahl, welchen er seitlich mit Licht bestrahlte. Er konnte feststellen, daß der Atomstrahl bei eingeschaltetem Licht leicht (um Bruchteile des Strahldurchmessers) verschoben wurde. Frisch hatte zu dieser Zeit keine Laser zur Verfügung, sondern musste eine Natriumdampflampe verwenden. Deshalb war der gemessene Effekt relativ klein. Im Durchschnitt konnten die Atome nur gerade 1/3 Photon absorbieren, so daß die beobachtete Verschiebung des Atomstrahls kleiner war als sein Querschnitt.

R. Frisch, Z. Phys. 86, 42-48 (1933).

(Untersuchungen zur Molekularstrahlmethode aus dem Institut für physikalische Chemie der Hamburgischen Universität. Nr. 30.)

## Experimenteller Nachweis des Einsteinschen Strahlungsrückstoßes.

Von R. Frisch in Hamburg.

Mit 6 Abbildungen. (Eingegangen am 22. August 1933.)

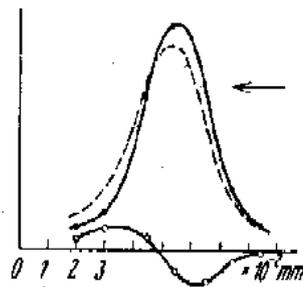
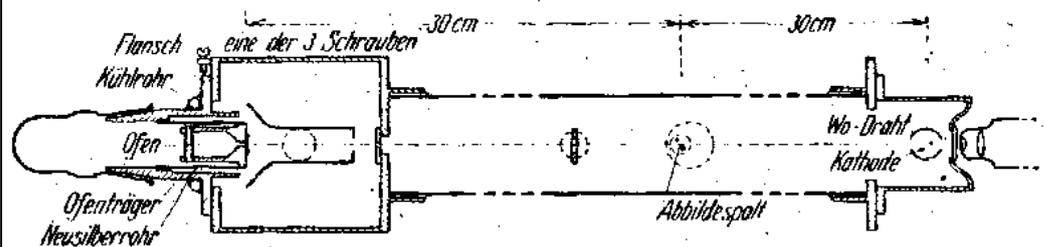


Fig. 5. Versuch mit seitlicher Beleuchtung.

Abszisse: Stellung des Auffängers.

Ordinate: Elektrometerausschlag.

- Intensität ohne Beleuchtung.
- Wirkung der Beleuchtung.
- ..... Summe dieser beiden, also Intensität mit Beleuchtung.

Der Pfeil deutet die Richtung des Lichteinfalls an.

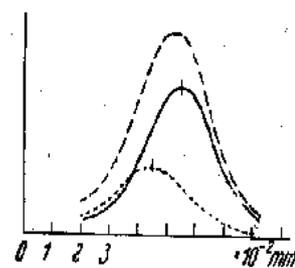


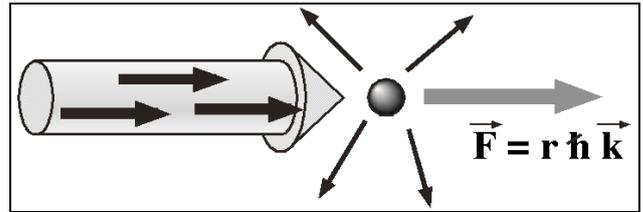
Fig. 6.

- ..... Strahl mit Beleuchtung.
- $\frac{2}{3}$  vom Strahl ohne Beleuchtung.
- ..... Differenz dieser beiden, also Verteilung der abgelenkten Atome.

### 5.1.4 Spontane Streukraft

Unter der spontanen Streukraft versteht man die Kraft, welche durch die stimulierte Absorption von Photonen aus einem Laserstrahl und spontane Reemission erzeugt wird. Wie bereits erwähnt ist der mittlere Impulsübertrag der Emission null, während die Impulsüberträge der absorbierten Photonen kohärent addieren.

Damit wird die Kraft  $\vec{F}$ , welche bekanntlich gleich Impulsübertrag pro Zeiteinheit ist, gleich dem Impulsübertrag eines einzelnen Photons multipliziert mit der Rate  $r$ .



$$\vec{F} = \hbar \vec{k} r ,$$

wobei  $\vec{k}$  den Wellenvektor des Laserstrahls darstellt.

**Ü1.** Wie groß ist die maximale Beschleunigung, welche auf diese Weise auf ein Na Atom angewendet werden kann? Die Lebensdauer des angeregten Zustandes beträgt  $1/\Gamma_1 = 16 \text{ ns}$ .

**L2:** Die Kraft beträgt  $p_v r$ , mit  $r$  der Streurrate. Befinden sich die Hälfte der Atome im angeregten Zustand, so streut jedes im Durchschnitt  $\Gamma_1/2$  Photonen pro Zeiteinheit. Die Kraft (= Impulsübertrag pro Zeiteinheit) beträgt somit  $F = 3.52 \cdot 10^{-20} \text{ N}$ , was einer Beschleunigung von  $a = F/m_{\text{Na}} = 3.52 \cdot 10^{-20} \text{ N} / 3.818 \cdot 10^{-26} \text{ kg} = 9.21 \cdot 10^5 \text{ m/sec}^2 \approx 100'000 \text{ g}$  entspricht.

Ein Atom, das mit der Geschwindigkeit eines Düsenflugzeuges auf den Laserstrahl auftrifft, wird deshalb auf einer Distanz von wenigen Zentimetern zum Stehen gebracht.

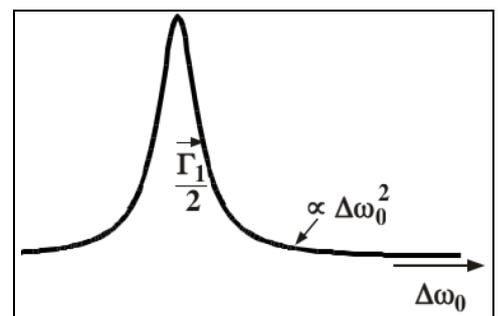
### 5.1.5 Frequenzabhängigkeit und Dopplerverschiebung

Die Rate  $r$ , mit der Photonen gestreut werden, hängt von der Frequenz und der Intensität des Laserstrahls ab. Für freie Atome kann sie geschrieben werden als

$$r = \Gamma_1 \omega_x^2 / (\Gamma_1^2 + 4 \Delta\omega^2) .$$

Hier bedeutet  $\Gamma_1$  die inverse Lebensdauer des angeregten Zustandes,  $\omega_x$  die Rabi-Frequenz. Der Ausdruck  $\omega_x^2$  ist proportional zur Intensität des Laserstrahls.  $\Delta\omega$  ist die Differenz zwischen der Laserfrequenz und der Resonanzfrequenz des Atoms.

Die Abhängigkeit der Streurrate von der Laserfrequenz entspricht damit der bekannten Lorentzlinie: sie ist maximal auf der Resonanz und sinkt auf die Hälfte wenn die Verstimmung gerade der halben spontanen Emissionsrate entspricht.



Da die Atome sich nicht in Ruhe befinden muß die Resonanzfrequenz um die Dopplerverschiebung korrigiert werden. Wir schreiben für die Verstimmung des Lasers gegenüber der Resonanz-

frequenz des ruhenden Atoms  $\Delta\omega_0$ . Für ein Atom, das sich mit einer Geschwindigkeit  $\vec{v}$  in Richtung des Laserstrahls bewegt verschiebt sich die Verstimmung zu  $\Delta\omega_0 + \vec{k}\vec{v}$ , wobei  $\vec{k}$  den Wellenvektor des Laserstrahls darstellt. Damit wird die Rate für fliegende Atome

$$r = \Gamma_1 \text{ Error!},$$

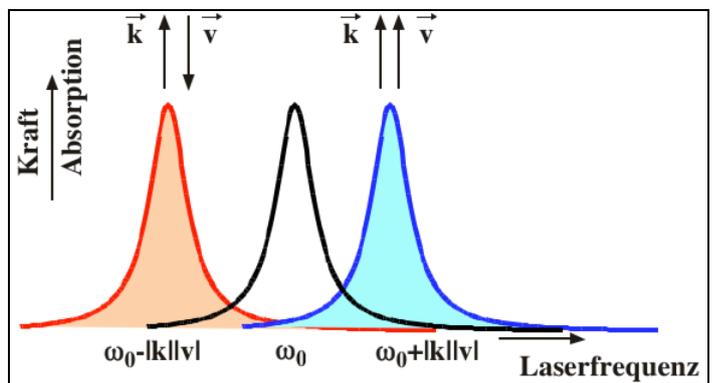
Die spontane Streukraft als Funktion der Geschwindigkeit hat damit die Form

$$F = \hbar k \Gamma_1 \text{ Error!}$$

an. Sie erreicht ein Maximum wenn die Atome sich mit der Geschwindigkeit

$$v = - \Delta\omega_0/k$$

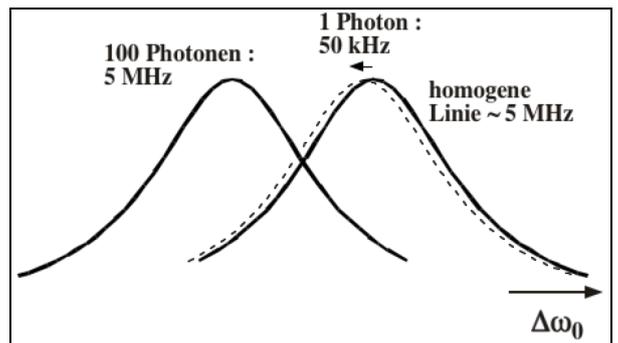
bewegen, d.h. wenn die Dopplerverschiebung sie zur Resonanz mit dem Laserfeld bringt.



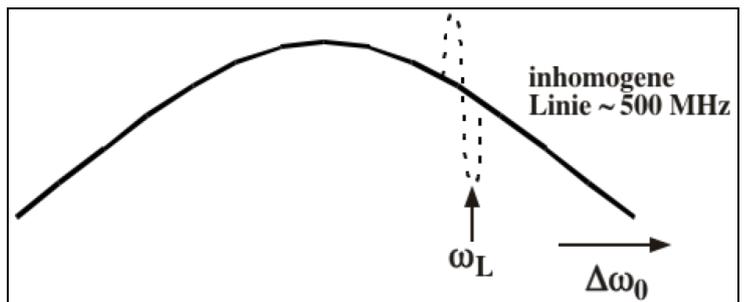
### 5.1.6 Frequenzchirp

Diese Kraft kann also Atome sehr stark beschleunigen, resp. verzögern. Allerdings funktioniert dies nur für wenige Zyklen:

Der Impulsübertrag bei der Streuung eines Photons verschiebt die Resonanzfrequenz des Atoms aufgrund des Dopplereffekts um rund 50 kHz. Nach rund 100 Photonen beträgt die Verschiebung somit rund 5 MHz, was der natürlichen Linienbreite entspricht. Somit werden nur noch wenige Photonen absorbiert und die Kraft nimmt stark ab. Die Geschwindigkeit hat sich dabei um lediglich 3 m/sec geändert.



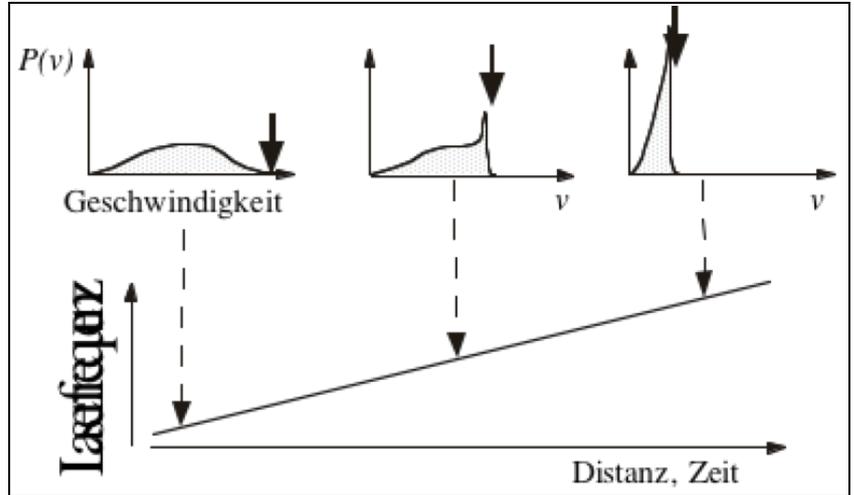
Dies entspricht rund 1% der mittleren thermischen Geschwindigkeit. Dies kann auch leicht über die gesamte, aufgrund des Dopplereffekts inhomogen verbreiterte Linie verglichen werden: Der Photonenrückstoß beeinflusst nur Atome, deren Resonanzfrequenz sich um etwa eine homogene Linienbreite



von der Laserfrequenz unterscheidet. Der Strahlungsrückstoß führt deshalb zu einem „Loch“ in der inhomogen verbreiterten Linie, welches den Atomen entspricht, deren Geschwindigkeit geändert wurde.

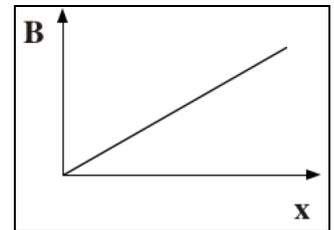
Wenn man die Atome stärker als 3 m/s abbremsen will muß man eine Möglichkeit finden, die Atome in der Resonanz zu halten.

Eine Möglichkeit besteht darin, die Laserfrequenz nicht konstant zu halten, sondern so zu variieren, daß er mit den Atomen resonant bleibt. Wie in der Figur gezeigt kann man damit erreichen, daß alle Atome schließlich in die gleiche Geschwindigkeitsgruppe geschoben werden.

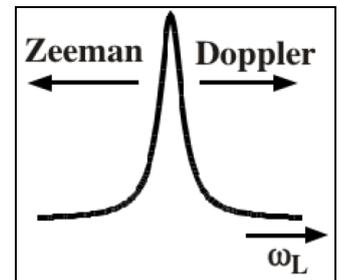


Auch wenn es mit einem geschirpten Laser möglich ist, Atome soweit abzubremsen, daß sie sich in Ruhe befinden, hat die Methode doch auch Nachteile. Insbesondere kann sie nur gepulst verwendet werden, da der Laser immer nur mit einer Geschwindigkeitsgruppe resonant ist.

Dieses Problem kann dadurch gelöst werden, daß die Laserfrequenz fix gelassen wird und statt dessen die Resonanzfrequenz der Atome variiert wird. Dies wird meist über einen Magnetfeldgradienten erreicht, welcher auf eine Strecke von ca. 1 m angelegt wird: Die Energie der atomaren Zustände kann dadurch über den Zeeman Effekt um mehrere 100 MHz verschoben werden, je nach Stärke des Magnetfeldes.



Durch eine geeignete Wahl der Parameter kann man erreichen dass die Verschiebung der atomaren Resonanzfrequenz aufgrund des Zeeman Effektes die zunehmende Dopplerverschiebung gerade kompensiert und die Atome über die gesamte Strecke mit dem Laser in Resonanz bleiben.

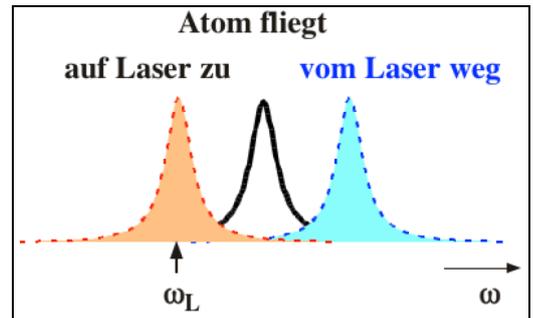


## 5.2 Dopplerkühlung

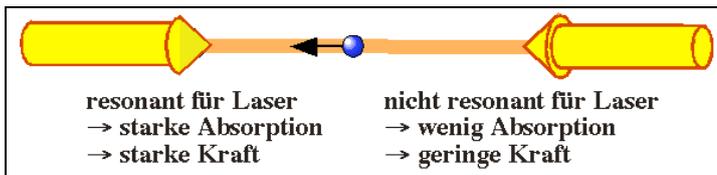
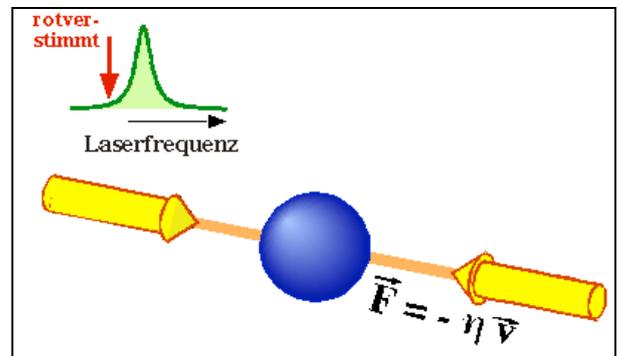
### 5.2.1 Das Prinzip

Auch dieser Zeeman-Tuner ist nicht für alle Experimente optimal, besonders wenn man Atome mit der Geschwindigkeit Null benötigt. Der Grund ist dass die Geschwindigkeit Null gegenüber anderen Geschwindigkeiten nicht ausgezeichnet ist. Abbremsen mit einem Zeeman-Tuner erlaubt zwar die Atome auf identische Geschwindigkeiten zu bringen, d.h. die Dopplerverbreiterung zu verringern, aber die mittlere Geschwindigkeit ist schwer zu kontrollieren.

Eine Alternative ergibt sich wenn man den Effekt der Dopplerverschiebung betrachtet: fliegt ein Atom auf den Laser zu so ist seine Resonanzkurve rotverschoben, d.h. zu niedrigeren Frequenzen. Fliegt es vom Laser weg, so ist es umgekehrt blau verschoben. Verwendet man einen Laser, der gegenüber der Resonanzkurve der unbewegten Atome zu längeren Wellenlängen verschoben ist, so wird er somit bevorzugt von Atomen absorbiert, die sich auf den Laser zu bewegen; diese Atome werden somit bevorzugt abgebremst.



Um auch Atome abzubremsen, die sich in die entgegengesetzte Richtung bewegen verwendet man zwei gegenläufige Strahlen, welche gegenüber der atomaren Resonanzfrequenz rot verstimmt sind.



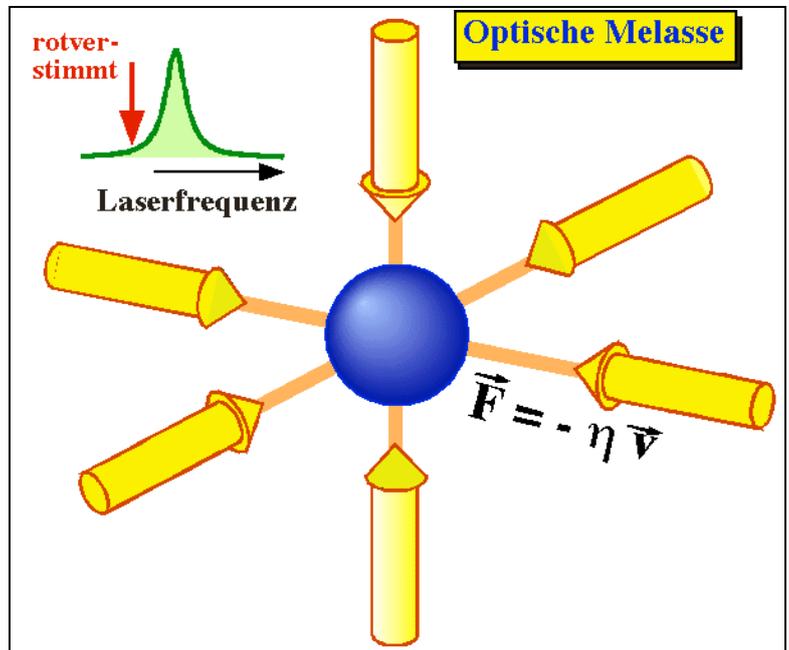
Nur diejenigen Atome, welche sich im Bezugssystem des Lasers in Ruhe befinden, sehen beide Laserstrahlen bei der gleichen Frequenz. Dadurch absorbieren sie gleich viele Photonen aus den beiden Strahlen und werden durch die Lichtkraft in erster Näherung nicht beeinflusst.

Bewegt sich ein Atom gegen einen der beiden Laser, so wird es für diesen Laser durch den Dopplereffekt näher zur Resonanz gestimmt, für den kopropagierenden Laser weiter von der Resonanz weg. Somit absorbiert es mehr Photonen aus dem gegenläufigen Laser als aus dem mitlaufenden und wird dadurch abgebremst. Da die Kraft gegen die Geschwindigkeit wirkt und, wie wir noch sehen werden, über einen gewissen Bereich proportional zur Geschwindigkeit ist, wirken die Laser auf die atomare Bewegung wie ein

sehr viskoses Medium. Diese Anordnung wird deshalb allgemein als optische Molasse bezeichnet.

Werden zwei gegenläufige Laserstrahlen verwendet so existiert die Bremswirkung zunächst nur für die Geschwindigkeitskomponente entlang der Laserstrahlrichtung.

Das Prinzip läßt sich jedoch relativ einfach auf drei Dimensionen erweitern: Es werden in diesem Fall drei Paare von gegenläufigen Laserstrahlen verwendet, welche sich in einer Region überschneiden. In dieser Region werden alle drei Geschwindigkeitskomponenten der Atome verlangsamt.



### 5.2.2 Reibungskraft

Für die Berechnung der Kraft (in einer Dimension) nehmen wir an, daß wir die beiden gegenläufigen Strahlen unabhängig betrachten dürfen. Dann sind die beiden Kräfte

$$F_{\pm} = \pm \hbar k r_{\pm} ,$$

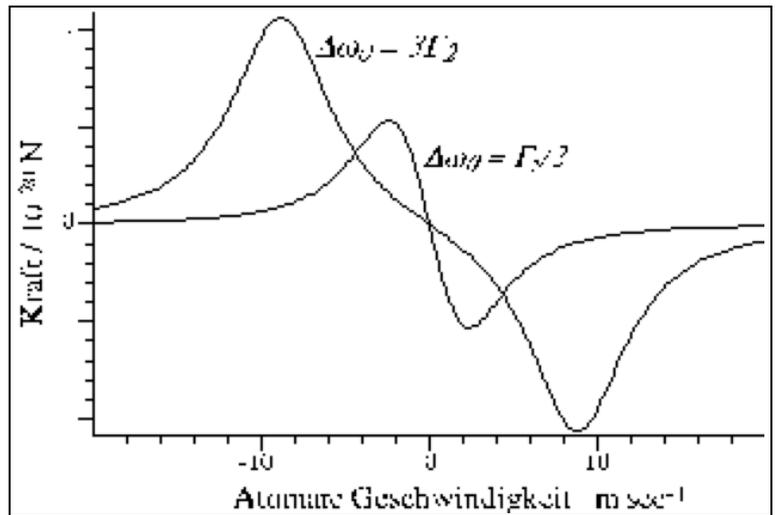
wobei die Raten

$$r_{\pm} = \text{Error!}$$

sich auf die aus den beiden Strahlen gestreuten Photonen beziehen. Die Gleichung gilt für niedrige Intensitäten. Wir können die beiden Beiträge zusammenziehen und erhalten die Gesamtkraft

$$F_{om} = \hbar k \Gamma_1 \omega \text{Error!}$$

Die Figur stellt die Kraft als Funktion der atomaren Geschwindigkeit dar. Es sind Daten für zwei Laserverstimmungen (beide zu größeren Wellenlängen) und eine Rabi Frequenz von  $\omega_x = 3 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}$  dar. Die Kraft verschwindet für ruhende wie auch für sehr schnelle Atome. Sie erreicht ihr Maximum dann, wenn einer der beiden Strahlen in Resonanz mit dem Atom gelangt.



Die Zone zwischen den beiden Maxima wird als Einfangbereich bezeichnet: Atome in diesem Geschwindigkeitsbereich werden effizient abgebremst. Die Breite dieser Region ist

$$|v_{\text{capture}}| \leq |\Delta\omega_0/k| .$$

Offenbar nimmt die Breite dieses Bereiches zu wenn die Verstimmung (zu rot) zunimmt.

### 5.2.3 Viskosität

Innerhalb des Einfangbereichs kann man die Bewegung der Atome in erster Näherung mit der Stokes'schen Gleichung beschreiben, d.h. die Verzögerungskraft ist proportional zur Geschwindigkeit

$$F_{\text{om}} \approx - \eta v ,$$

wobei  $\eta$  die Viskosität darstellt. Wir können sie aus der obigen Gleichung bestimmen indem wir die erste Ableitung

$$\eta = - \left. \frac{dF_{\text{om}}}{dv} \right|_{v=0}$$

bestimmen. Dazu führen wir die Rate  $r_0$  ein, mit der ein Atom in Ruhe Photonen aus dem einen Laser absorbiert

$$r_0 = \text{Error!}.$$

Damit erhalten wir für die Viskosität

$$\eta = 16 r_0 \hbar k^2 \frac{\Delta\omega_0}{\Gamma_1^2 + 4\Delta\omega_0^2} .$$

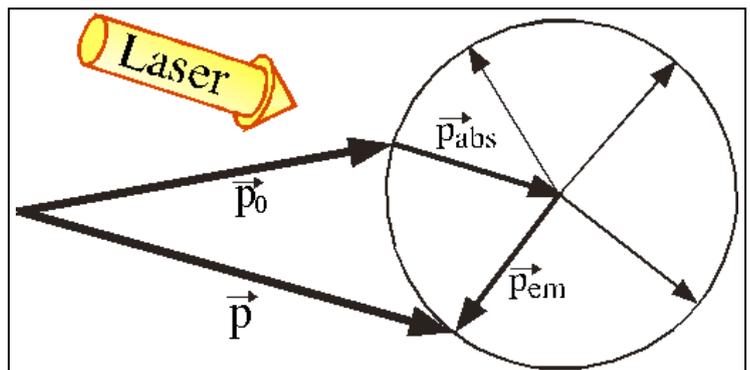
Sie hat offenbar eine dispersionsartige Abhängigkeit von der Laserverstimmung (bezüglich dem ruhenden Atom) und ändert das Vorzeichen wenn die Laserverstimmung durch den Nullpunkt geht.

### 5.2.4 Geschwindigkeitsdiffusion: Phänomenologie

Im Rahmen des einfachen Modells, das wir bisher benutzt haben, sollte die Geschwindigkeit des Atoms immer abnehmen und exponentiell gegen Null fallen. Damit sollte es möglich sein, beliebig niedrige Temperaturen zu erreichen. In Wirklichkeit wirken eine Reihe von Mechanismen diesem Kühlprozeß entgegen, die wir bisher nicht berücksichtigt haben, und führen zu einer endlichen Grenztemperatur. Dazu gehören zum einen technische Probleme, wie z.B. Laser-Frequenzrauschen. Diese können prinzipiell weitgehend unterdrückt werden.

Es gibt aber auch fundamentale Grenzen. Eine liegt in der diskreten, also quantenmechanischen Natur des Strahlungsfeldes und wird als Geschwindigkeitsdiffusion bezeichnet.

Wir hatten oben erklärt, daß die spontane Emission keinen Effekt hat auf die mittlere Geschwindigkeit. Sie führt jedoch zu einer Verbreiterung der Geschwindigkeitsverteilung. Man kann dies an einem einfachen Photonenbild sehen: wir betrachten ein Ensemble von Atomen mit Impuls  $p_0$ . Nach der Absorption eines Photons aus dem Laser beträgt der Impuls  $p_0 + p_{abs}$ . Das spontan emittierte Photon kann in jede Richtung abgestrahlt werden. Es bringt den gesamten Impuls deshalb irgendwo auf eine Kugelschale mit Zentrum  $p_0 + p_{abs}$  und Radius  $p_{em}$ . Eine Reihe von spontanen Emissionsprozessen entspricht deshalb einer Brown'schen Bewegung im Geschwindigkeitsraum.



Durch einen Absorptions-Emissionszyklus ändert der atomare Impuls um

$$\vec{p} - \vec{p}_0 = \hbar\vec{k}_L - \hbar\vec{k}_{se} ,$$

wobei der Wellenvektor  $\vec{k}_L$  den Laserstrahl bezeichnet und  $\vec{k}_{se}$  das spontan emittierte Photon. Das anfänglich homogene Ensemble besitzt somit nach einem Zyklus eine Verteilung von Geschwindigkeiten. Damit ändert auch die mittlere kinetische Energie. Für einen Zyklus ist die Änderung

$$\Delta E_t = \text{Error!} \Delta \langle p^2 \rangle = \text{Error!} (\langle (\vec{p}_0 + \hbar\vec{k}_L - \hbar\vec{k}_{se})^2 \rangle - \langle \vec{p} \rangle^2) =$$

$$= \hbar [2 \langle \vec{p}_0 \vec{k}_L \rangle - 2 \langle \vec{p}_0 \vec{k}_{se} \rangle + \hbar \vec{k}_L^2 + \hbar \vec{k}_{se}^2 - 2 \hbar \vec{k}_L \vec{k}_{se}] .$$

Da die drei Vektoren  $\vec{p}_0$ ,  $\vec{k}_L$ , und  $\vec{k}_{se}$  nicht miteinander korreliert sind verschwinden sämtliche Kreuzterme im Mittel. Die restlichen Terme ergeben

$$\Delta E_t = \hbar^2 .$$

Für jedes gestreute Photon wächst die kinetische Energie somit um den doppelten Betrag des Rückstoßeffektes, da sowohl die Absorption wie auch die Emission dazu beitragen.

### 5.2.5 Aufheizeffekt

Da die Anzahl der Absorptions-Emissionszyklen sehr groß ist können wir die Bewegungsgleichungen für den kontinuierlichen Grenzfall herleiten. Wenn ein Atom in einer eindimensionalen optischen Molasse Photonen mit der Summe der Raten für die einzelnen Strahlen streut erhalten wir

$$\Delta E_t = \hbar^2 ,$$

d.h. eine Erhöhung der kinetischen Energie und damit der Temperatur der Atome. Dies ist der wichtigste Beitrag der die Temperatur der Atome limitiert.

Sind die Geschwindigkeiten der Atome eines Ensembles thermisch verteilt, so gilt für die mittlere kinetische Energie pro Freiheitsgrad

$$E_t = \frac{1}{2} k_B T .$$

Diese Beziehung kann man umgekehrt verwenden, um die Translationstemperatur eines Gases zu definieren

$$T_t = 2 \frac{E_t}{k_B} = \hbar^2 \langle v^2 \rangle .$$

Für die Herleitung dieser Beziehung hatten wir eine Boltzmann-Verteilung angenommen. Die Beziehung wird allerdings auch verwendet wenn dies nicht der Fall ist.

### 5.2.6 Dopplerlimite

Um die Gleichgewichtstemperatur der Atome zu berechnen schreiben wir die Bewegungsgleichung für die kinetische Energie der Atome um in eine für die translatorische Temperatur

$$\hbar^2 = \frac{m}{k_B} \frac{2}{m} \frac{dE_t}{dt} = \hbar^2 \{ \hbar^2 - \eta v^2 \} .$$

Der erste Beitrag stammt von der Geschwindigkeitsdiffusion, der zweite von der optischen Molasse

Die Geschwindigkeitsdiffusion ist erst bei relativ niedrigen Temperaturen ein wesentlicher Beitrag. Die Dopplerverbreiterung ist dann klein im Vergleich zur homogenen Linienbreite, so daß wir die gesamte Streurate gleich der Streurate bei der Geschwindigkeit Null setzen können,

$$r_+ + r_- = 2 r_0.$$

Damit erhalten wir

$$\mathbf{Error!} = \mathbf{Error!}^2 - 16 r_0 \hbar k^2 \frac{\Delta\omega_0}{\Gamma_1^2 + 4\Delta\omega_0^2} \frac{2}{m} T_t.$$

Der erste Term auf der rechten Seite ist unabhängig von der Temperatur und stellt die Aufheizung durch die Geschwindigkeitsdiffusion dar. Der zweite Term, der proportional ist zur Temperatur, ist der Kühleffekt der optischen Molasse. Aufgrund der unterschiedlichen Temperaturabhängigkeit erhalten wir eine Gleichgewichtstemperatur, bei der die beiden Beiträge sich gegenseitig aufheben:

$$\mathbf{Error!} = 0 \Rightarrow (\Gamma_1^2 + 4\Delta\omega_0^2) \hbar = 8 \Delta\omega_0 k_B T_t.$$

Auflösen nach der Temperatur ergibt

$$T_t = \hbar \mathbf{Error!}.$$

Die Gleichgewichtstemperatur hängt somit ab von der Laserfrequenz, aber nicht von der Laserintensität. Dies gilt allerdings nur für einen bestimmten Bereich: Die Intensität muß klein sein gegenüber der Sättigungsintensität, und sie muß groß genug sein, daß Effekte, die unabhängig sind von der Intensität (z.B. Stöße mit Hintergrundatomen) vernachlässigbar bleiben.

Die niedrigste Temperatur wird dann erreicht, wenn die Laserverstimmung einer halben homogenen Linienbreite entspricht, d.h. für  $\Delta\omega_0 = \Gamma_2 = \Gamma_1/2$ . Dann erhalten wir

$$T_D = \mathbf{Error!},$$

was als Dopplerlimite bekannt ist. Für die Na D-Linien entspricht diese

$$T_D(\text{Na}) = 10^{-34} \text{ J sec} / (16 \text{ nsec} \cdot 2 \cdot 1.4 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}) = 1\text{K}/4500 = 240 \mu\text{K}.$$

Das bisher Gesagte gilt exakt nur für Kühlung in einer Dimension, in zwei oder drei Dimensionen ändert sich die Gleichgewichtstemperatur um Faktoren in der Nähe von eins.

## 5.2.7 Historische Entwicklung

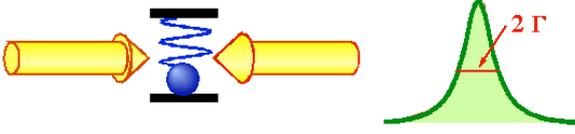
Die Möglichkeit, Laser für Kühlzwecke einzusetzen, wurde zuerst von Hänsch und Schawlow [T.W. Hänsch and A.L. Schawlow, 'Cooling of gases by laser radiation', *Optics Commun.* **13**, 68-69 (1975).] vorgeschlagen für die Kühlung von atomaren Gasen. Unabhängig und praktisch gleichzeitig schlugen auch Wineland und Dehmelt [D. Wineland and H. Dehmelt, 'Proposed  $10^{-14}$   $\Delta\nu/\nu$  laser fluorescence spectroscopy on  $Tl^+$  mono-ion oscillator III', *Bull. Am. Phys. Soc.* **20**, 637-637 (1975).] vor, Laser zur Kühlung von Ionen in elektromagnetischen Fallen zu verwenden. Erste Resultate wurden 1978 publiziert von Dehmelts und Winelands Gruppe [W. Neuhauser, M. Hohenstatt, P. Toschek, and H. Dehmelt, 'Optical-sideband cooling of visible atom cloud confined in parabolic well', *Phys. Rev. Lett.* **41**, 233-236 (1978); D.J. Wineland, R.E. Drullinger, and F.L. Walls, 'Radiation-pressure cooling of bound resonant absorbers', *Phys. Rev. Lett.* **40**, 1639-1642 (1978).]. Erste Resultate zur Verzögerung von Atomen in einem Atomstrahl wurden von Balykin und Mitarbeitern 1980 publiziert [V.I. Balykin, V.S. Letokhov, and V.I. Mishin, 'Cooling of sodium atoms by resonant laser emission', *Sov. Phys. JETP* **51**, 692-696 (1980); V.I. Balykin, V.S. Letokhov, and V.I. Mishin, 'Observation of the cooling of free sodium atoms in a resonance laser field with scanning frequency', *JETP letters* **29**, 650-654 (1980).], wobei sie einen gechirpten Laserstrahl verwendeten. Phillips und Metcalf erreichte den gleichen Effekt mit einer etwas anderen Technik [W.D. Phillips, J.V. Prodan, and H.J. Metcalf, 'Laser cooling and electromagnetic trapping of neutral atoms', *J. Opt. Soc. Am. B* **2**, 1751-1767 (1985).]. 1985 zeigte die russische Gruppe auch transversales Kühlen (senkrecht zum Atomstrahl) in einer und zwei Dimensionen [V. Balykin, V.S. Letokhov, V.G. Minochin, Y.V. Rozhdestvensky, and A.I. Sidorov, 'Radiative Collimation of atomic beams through two-dimensional cooling of atoms by laser-radiation pressure', *J. Opt. Soc. Am. B* **2**, 1776-1783 (1985).]. Im gleichen Jahr gelang Steven Chu und Mitarbeitern bei AT&T Bell Labs auch Kühlung in 3 Dimensionen [S. Chu, L. Hollberg, J.E. Bjorkholm, A. Cable, and A. Ashkin, 'Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure', *Phys. Rev. Lett.* **55**, 48-51 (1985).]. Sie stellten bereits in diesen Experimenten fest, daß die Translations-temperatur im Bereich der Dopplerlimite lag.

Wenig später, nach einer Verbesserung der Messung, wurden auch Temperaturen unterhalb der Dopplerlimite gefunden:  $40 \mu\text{K}$  in Natrium [P.D. Lett, R.N. Watts, C.I. Westbrook, W.D. Phillips, P.L. Gould, and H.J. Metcalf, 'Observation of atoms laser cooled below the Doppler limit', *Phys. Rev. Lett.* **61**, 169-172 (1988).] und  $2.5 \mu\text{K}$  in Cäsium [C. Salomon, J. Dalibard, W. Phillips, A. Clarion, and S. Guellati, 'Laser cooling of cesium atoms below  $3\mu\text{K}$ ', *Europhys. Lett.* **12**, 683-688 (1990).]. Beide Messungen entsprechen einem mittleren atomaren Impuls von lediglich 3.5 Photonenimpulsen. Daraus konnte geschlossen werden, daß es weitere Mechanismen gab, welche effizienter waren als die bisher diskutierte Dopplerkühlung. Die Theoretiker

### Laser Cooling

first suggestion: T.W. Hänsch and A.L. Schawlow (1975)  
D. Wineland and H. Dehmelt, (1975).

first observation: S. Chu, L. Hollberg, J.E. Bjorkholm, A. Cable, and A. Ashkin (1985).



**lowest possible temperature**  $T_{\min} = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B}$   
=  $240 \mu\text{K}$  (for Na)

<b>reported temperatures</b>	Chu 85	240 $\mu\text{K}$
	Lett 88	43 $\mu\text{K}$
	Chu 92	12 fK

**also:** - storage time too high  
- sensitivity to imperfections too low

" In virtually all respects, the optical cooling of atoms has worked far better than anticipated; the work is a rare but spectacular violation of Murphy's law "

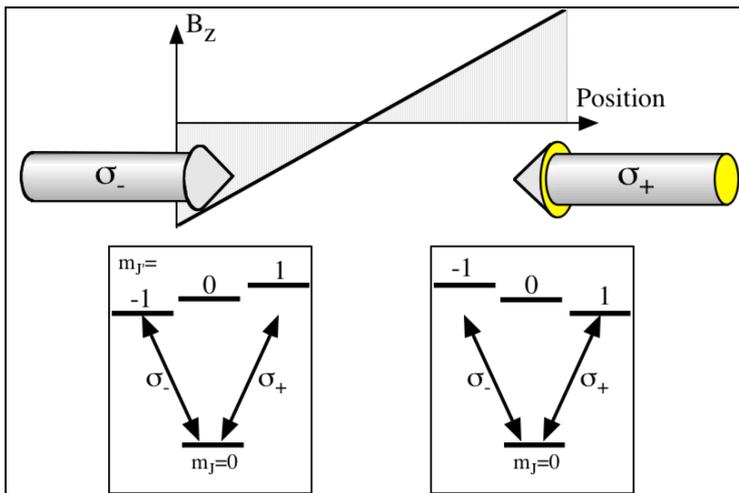
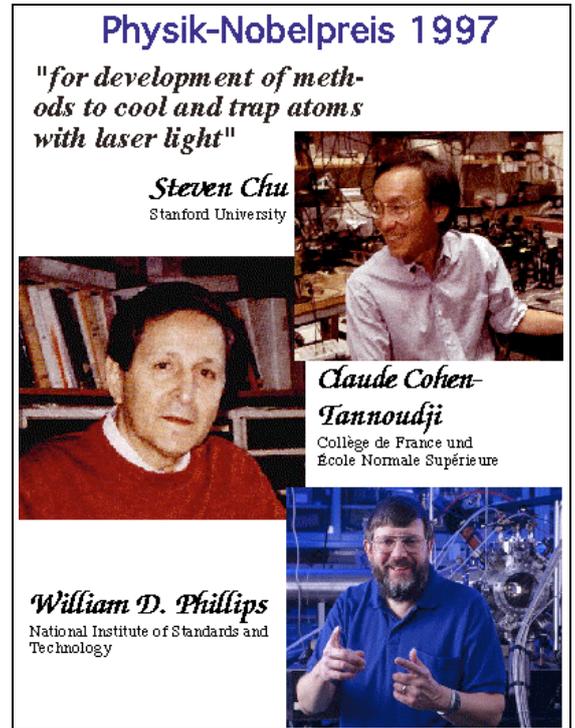
S. Chu, *Science* **253**, 861 (1991)

finden bald darauf solche Mechanismen [J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, 'Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models', J. Opt. Soc. Am. B 6, 2023-2045 (1989); P.J. Ungar, D.S. Weiss, E. Riis, and S. Chu, 'Optical molasses and multilevel atoms: theory', J. Opt. Soc. Am. B 6, 2023-2071 (1989); S.Q. Shang, B. Sheehy, H. Metcalf, P.v. Straten, and G. Nienhuis, 'Velocity-selective resonances and sub-Doppler laser cooling', Phys. Rev. Lett. 67, 1094-1097 (1991)]. Diese Mechanismen können im Rahmen des Zweiniveau-Atommodells nicht verstanden werden, sondern verwenden eine detailliertere Beschreibung der atomaren Niveaustuktur.

Diese Entwicklungen wurden 1997 mit dem Nobelpreis für drei der am stärksten beteiligten Forscher belohnt.

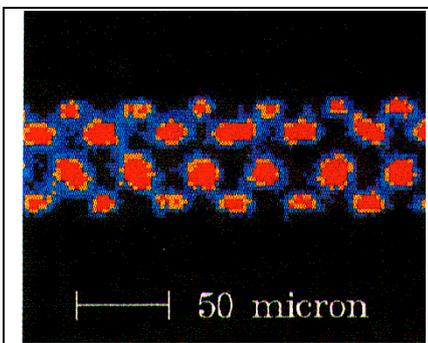
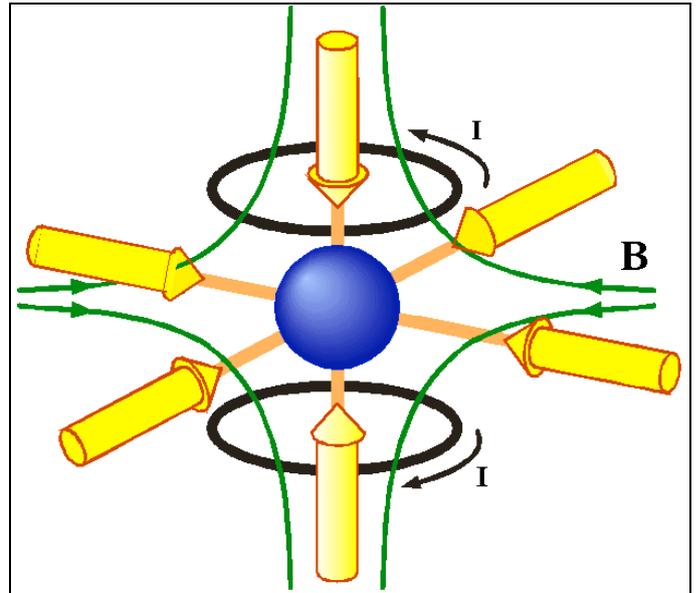
### 5.2.8 Magnetooptische Fallen

Für viele Anwendungen ist es nicht ausreichend, Atome zu kühlen, man möchte sie auch an einer Stelle im Raum festhalten. Dies setzt voraus, daß die Kraft, welche auf die Atome wirkt, nicht nur von der Geschwindigkeit, sondern auch von der Position der Atome abhängt. Man kann dafür einen Mechanismus verwenden, der bereits für die Kühlung der Atome in einem Atomstrahl verwendet wurde: Die Verstimmung der Energiezustände mit Hilfe eines Magnetfeldes.



In einer Dimension benötigt man lediglich ein Magnetfeld dessen Stärke linear mit der Distanz variiert, sowie zwei gegenläufige Laser mit entgegengesetzt zirkular polarisiertem Licht, welche beide rot verstimmt sind. Das Magnetfeld verschiebt die Zustände derart, daß für Atome, welche aus dem Zentrum herausdiffundieren die Wechselwirkung mit demjenigen Laserstrahl dominiert, welcher das Atom zurück ins Zentrum treibt.

Um den gleichen Effekt in drei Dimensionen zu erzielen kann man drei gegenläufige Laserstrahlen in jeweils zueinander orthogonalen Richtungen überlagern. Das zugehörige Magnetfeld kann z.B. von zwei Spulen in anti-Helmholtz Anordnung erzeugt werden. Diese erzeugen zwei entgegengesetzt ausgerichtete Magnetfelder, welche im Zentrum der Falle einen feldfreien Punkt ergeben, während seine Stärke nach außen näherungsweise linear zunimmt. In z-Richtung ist die Variation dabei doppelt so groß wie entlang der x- und y-Achsen.

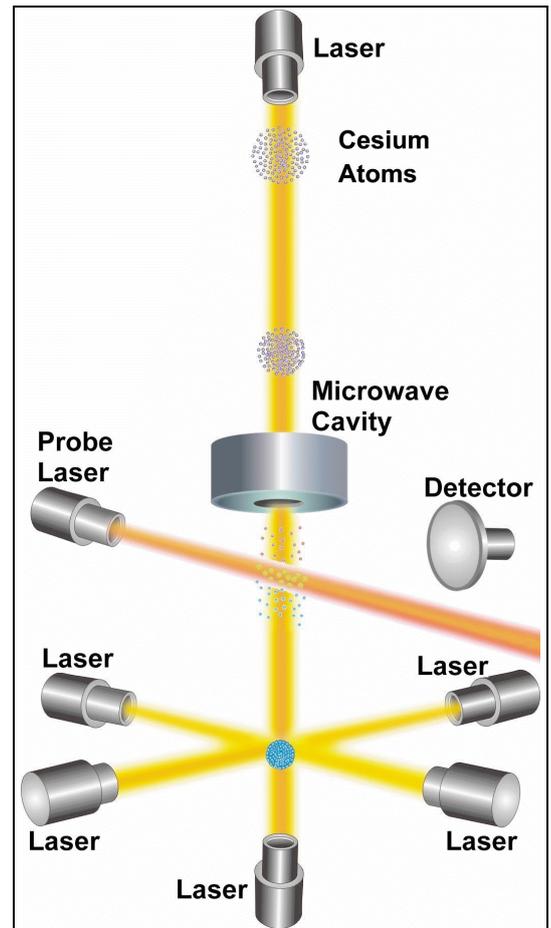


Für atomare Ionen gibt es außerdem die Möglichkeit, elektromagnetische Felder für das Einfangen zu verwenden. In diesem Fall ist die Wechselwirkung zwischen den Atomen natürlich wesentlich stärker als im Falle der neutralen Atome. Dies kann z.B. dazu führen, daß sie sich in einer stabilen kristallinen Anordnung ordnen.

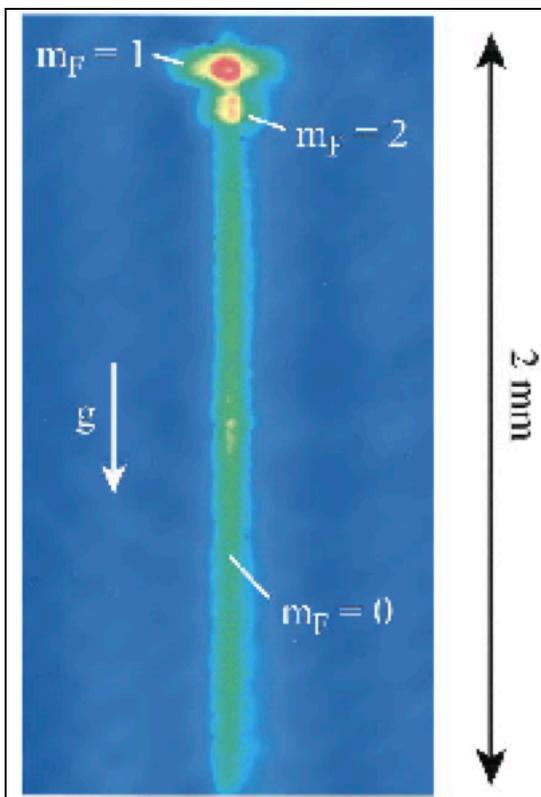
### 5.2.9 Anwendungen: Präzisionsspektroskopie

Spektroskopische Messungen können am genauesten durchgeführt werden, wenn die untersuchten Objekte sich in Ruhe befinden und alle Wechselwirkungen mit der Umgebung unter experimenteller Kontrolle sind. Atome in einer Falle nähern diesen Zustand recht gut an. Die Laserstrahlen, welche sie im Zentrum festhalten, können auch kurzfristig ausgeschaltet werden, so daß auch die Wechselwirkung mit dem Licht entfällt. Natürlich fallen die Atome dann unter dem Einfluß der Schwerkraft herunter.

Möglichst lange wechselwirkungsfreie Zeiten erreicht man, wenn man die Atome zunächst "hinauf schießt" und sie anschließend wieder herunterfallen. Dieses Experiment wird als atomarer Springbrunnen bezeichnet. Auf diese Weise konnten sehr präzise Messungen durchgeführt werden. Die meisten dieser Messungen verfolgen die Bestimmung fundamentaler Konstanten (z.B. Rydberg, Feinstruktur) oder die Untersuchung fundamentaler Wechselwirkungen (z.B. Test der QED, Paritätsverletzung, Symmetrie Materie-Antimaterie). Es gibt aber auch einige Arbeiten, welche wesentliche Konsequenzen außerhalb der Physik haben könnten. So kann man mit kalten Atomen die Schwerkraft sehr viel genauer bestimmen als mit anderen Methoden. Dies erlaubt Anwendungen in der Geologie oder der Erschließung von Bodenschätzen. Außerdem basieren die gegenwärtig präzisesten Zeitstandards (Cs-Atomuhren) auf atomaren Springbrunnen. Damit werden Unsicherheiten von der Größenordnung  $10^{-15}$  erreicht.



### 5.2.10 Bose-Einstein Kondensation



Bei sehr tiefen Temperaturen und genügend hoher Dichte fallen die Atome in einen makroskopischen Quantenzustand, ähnlich wie bei der Supraleitung. Dies wird als Bose-Einstein Kondensation bezeichnet. Der Effekt konnte in den letzten 5 Jahren bei einer Reihe von atomaren Systemen beobachtet werden. Aufgrund dieser makroskopischen Kohärenz können verschiedene BE Kondensate interferieren.

Koppelt man aus einem solchen BEC Atome aus, so erhält man eine Quelle von Atomen in identischem Quantenzustand. Dies wird deshalb als Atom-Laser bezeichnet.

## 5.3 Konservative Kräfte

### 5.3.1 Klassisches Bild: Optisches Potential

Als alternatives Bild können wir die Wechselwirkung zwischen Atom und Laserfeld semiklassisch betrachten. Der Wechselwirkungsoperator wird dann abgeleitet aus der klassischen Energie eines elektrischen Dipols in einem äußeren Feld

$$E_{\text{pot}} = -\vec{d} \cdot \vec{E} .$$

Da Atome kein permanentes Dipolmoment aufweisen muß es sich um ein induziertes Dipolmoment handeln. Mit Hilfe der Polarisierbarkeit  $\alpha$  wird die Energie des Dipols

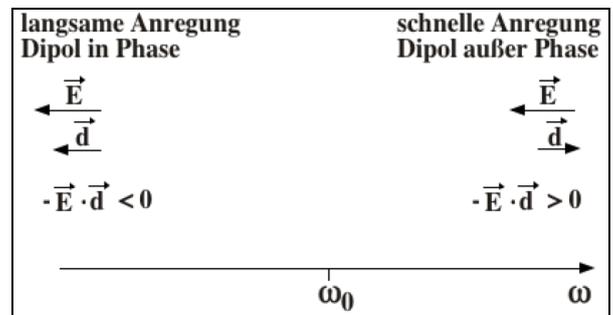
$$E_{\text{pot}} = - \alpha E^2 .$$

Die Polarisierbarkeit kann aus der Theorie der Zweiniveaumatome hergeleitet werden. Wir benötigen hier nur die Komponente, welche in Phase mit der äußeren Anregung ist. Damit wird

$$E_{\text{pot}} = - \alpha E \cos(\Delta\omega t) .$$

Somit kann die potentielle Energie des Atoms positiv oder negativ sein, je nach Verstimmung  $\Delta\omega_0$  des Laserfeldes.

Diesen Effekt können wir auch klassisch verstehen: für einen rotverstimmten Laser ( $\Delta\omega_0 > 0$ ) ist das induzierte Moment in Phase mit dem treibenden Feld, so daß das Skalarprodukt von Feld und Dipol positiv wird. In diesem Fall kann das Atom seine Energie erniedrigen wenn es in ein möglichst starkes Feld geht. Bei einem blau-verstimmten Laser hinkt die Phase des Dipols um 180 Grad hinter dem Feld her, das Skalarprodukt wird negativ, und das Atom sucht nun ein möglichst niedriges Feld.



Wenn wir die Dipolkraft möglichst unabhängig von der spontanen Streukraft untersuchen wollen ist es nützlich, die Laserverstimmung möglichst groß zu wählen. Unter dieser Bedingung wird der Nenner im obigen Ausdruck dominiert durch den Verstimmungsbeitrag und wir erhalten die vereinfachte Form

$$E_{\text{pot}} = - \alpha E \cos(\Delta\omega t) .$$

Die Kraft ist proportional zum Gradienten der Energie. In einer Dimension kann sie geschrieben werden als

$$F = -\vec{\nabla} E_{\text{pot}} = \hbar \text{ Error!} .$$

### 5.3.2 Eigenschaften der Dipolkraft

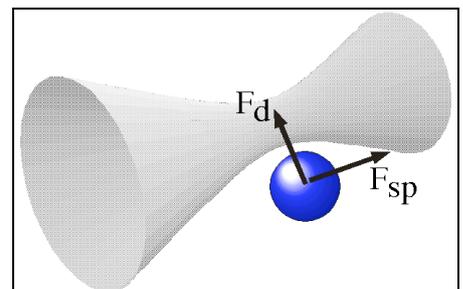
Da die optische Rabi-Frequenz  $\omega_x$  proportional zur Amplitude des elektrischen Feldes ist, ist die Dipol- oder Gradientenkraft proportional zur Stärke des Feldes, zum Gradienten, und indirekt proportional zur Laser-Verstimmung. Sie verschwindet in einem homogenen Feld.

Da die kürzeste Distanz, über die sich die Stärke eines Lichtfeldes wesentlich ändern kann, durch seine Wellenlänge gegeben ist, wird die Kraft am stärksten in einer evaneszenten Welle, in einer stehenden Welle, oder in einem stark fokussierten Strahl. Je nach Vorzeichen der Laser-Verstimmung wird das Atom in die intensive Region hineingezogen oder daraus hinausgestoßen.

Im Gegensatz zur spontanen Streukraft ist die Stärke der stimulierten Kraft nicht durch die Lebensdauer des angeregten Zustandes limitiert – sie kann beliebig stark werden sofern genügend Laserintensität zur Verfügung steht. Da sie keine spontane Emission beinhaltet führt sie nicht zu einer Aufheizung der Atome. Umgekehrt kann sie jedoch auch nicht zur Kühlung von Atomen eingesetzt werden, da keine Energie dissipiert wird.

### 5.3.3 Optische Pinzetten

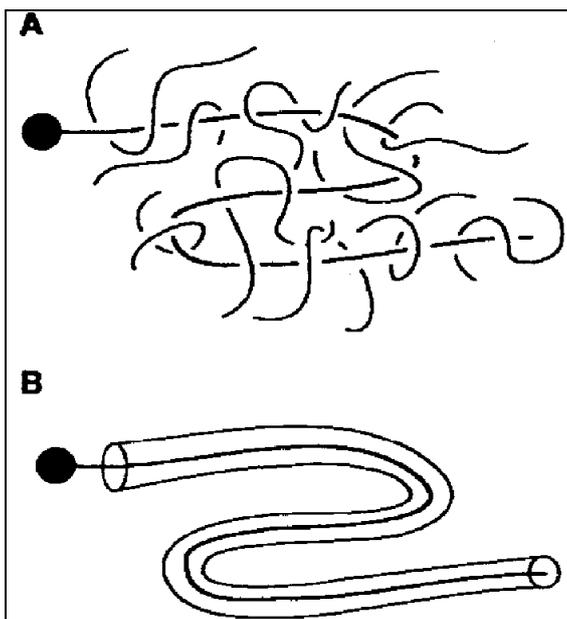
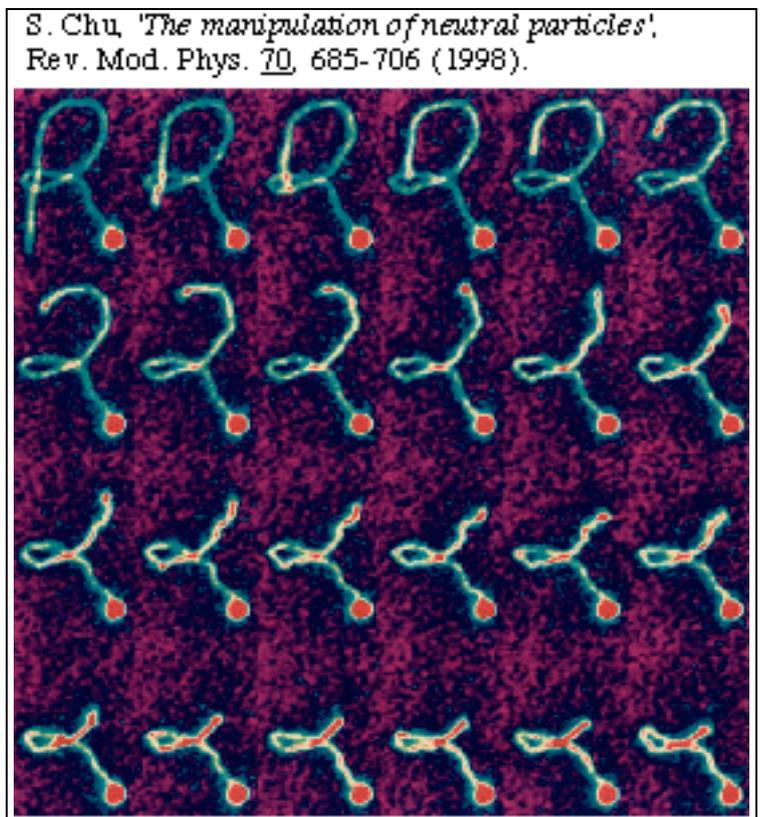
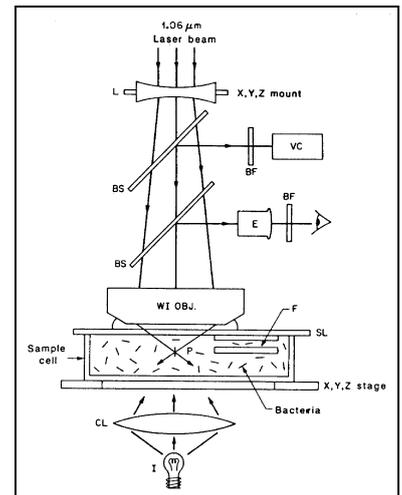
Die Dipolkraft wurde als erstes zum Einfangen von lasergekühlten Atomen verwendet. Diese wurden im Fokus eines rotverstimmten Lasers eingefangen. Da das Potential, welches ein Dauerstrichlaser erzeugen kann, nicht sehr hoch ist müssen die Atome in einer optischen Molasse gekühlt werden damit sie eingefangen werden können.



Eine weitere interessante Eigenschaft der Dipolkraft liegt darin, daß sie nicht resonant ist. Dadurch hängt sie (im Gegensatz zur spontanen Streukraft) nur wenig von den Einzelheiten der Niveaustuktur des Systems ab. Insbesondere ist sie nicht nur auf Atome, sondern auch auf Moleküle und sogar makroskopische Objekte anwendbar.

Aus dieser Möglichkeit wurden sogenannte optische Pinzetten entwickelt: ein Laser wird stark fokussiert und das zu untersuchende Objekt wird mit dem Fokus des Lasers aufgenommen. Dieses Prinzip erlaubt z.B. die gezielte Manipulation von Makromolekülen. Dazu werden die Moleküle chemisch an ein Kunststoffkugelchen gebunden, welches im Laserfokus gefangen werden kann. Entsprechende Untersuchungen werden in einem Mikroskop durchgeführt, in welches ein geeigneter Laserstrahl eingekoppelt und auf rund  $1 \mu\text{m}$  fokussiert wird.

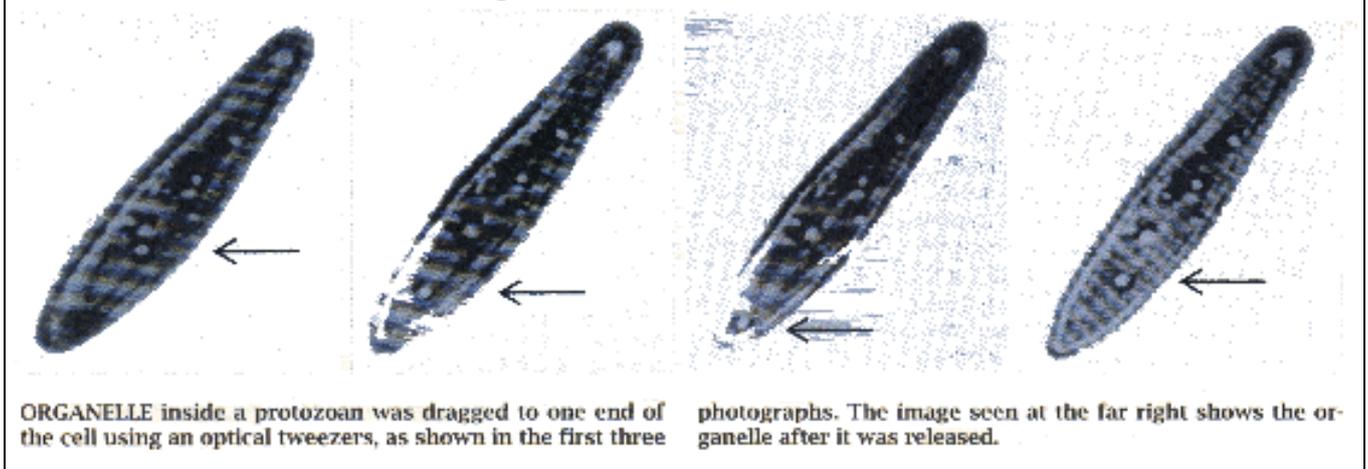
In der Figur ist als Beispiel dargestellt wie ein einzelnes DNA Molekül mit einer optischen Pinzette erfasst und durch eine Matrix aus Polymermolekülen gezogen. Das Interessante daran ist, dass das Molekül gedehnt wird und erst mit Verzögerung dem Laserstrahl folgt.



Es benutzt aber den gleichen Weg, was zeigt, dass es in einer Art "Röhre" gefangen ist, welche

durch die Umgebung erzeugt wird.

S. Chu, 'Laser trapping of neutral particles',  
Scientific American February 1992, 49-54 (1992).

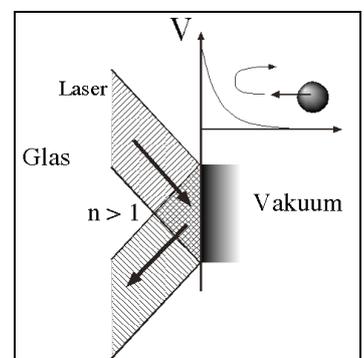


Auf diese Weise manipuliert können sogar lebende Zellen manipuliert werden. Hier wurde in einem Bakterium eine Zell-Organelle mit einer optischen Pinzette „gepackt“ und weggezogen (siehe Pfeile). Nach Ausschalten des Lasers bewegt es sich zurück. Mit solchen Experimenten untersuchen Biologen den Aufbau von Zellen.

### 5.3.4 Reflexion: Spiegel für Atome

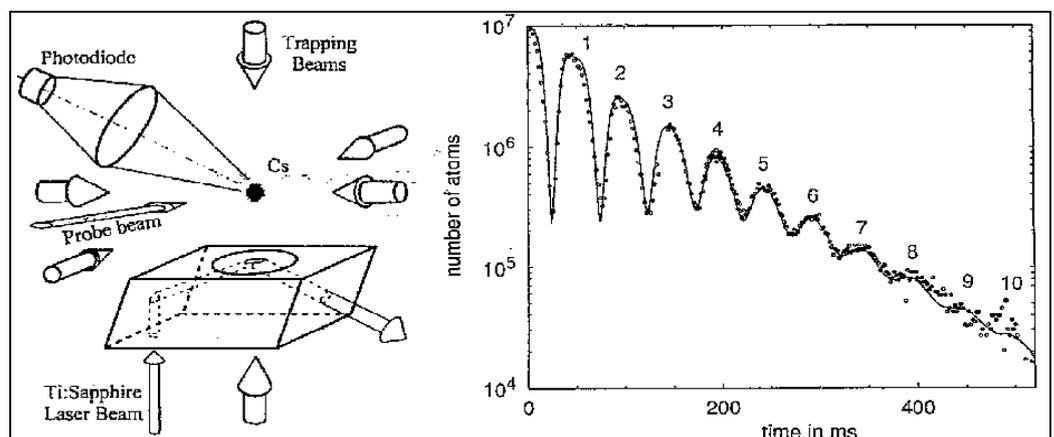
Eine andere Anwendung verwendet eine evaneszente optische Welle. Diese fällt über eine Distanz von der Größenordnung der optischen Wellenlänge auf Null ab.

Der starke Gradient in diesem schnell abfallenden Feld ergibt eine große Kraft. Verschiedene Experimente haben diesen Ansatz benutzt um Atome zu reflektieren. Die erreichbaren Laserintensitäten erzielen zwar große Beschleunigungen ( $>10^6$  g), aber aufgrund der geringen Distanz bleibt das Potenzial relativ klein, so dass nur langsame Atome reflektiert werden können.



Die vielleicht spektakulärste Anwendung bestand im Fallen-

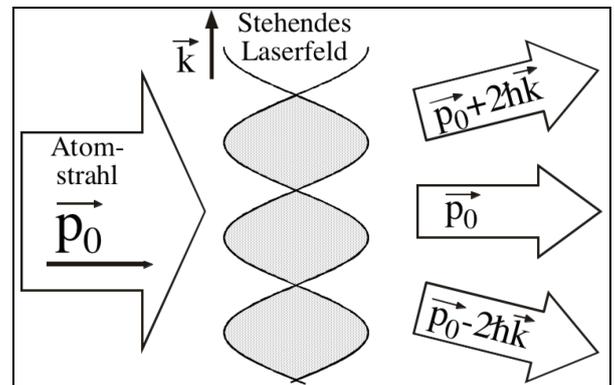
lassen von gekühlten Atomen auf eine evaneszente Welle. Es konnte beobachtet werden, wie die Wolke von Atomen wiederholt von der Oberfläche reflektiert wurde.



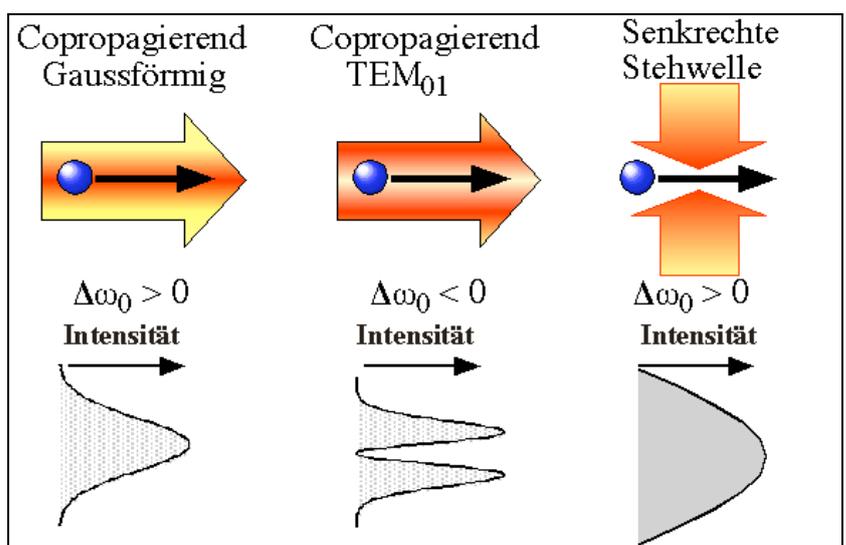
### 5.3.5 Atomoptik

Gemäß der Beziehung von de Broglie hat jedes Teilchen eine bestimmte Wellenlänge, die von seinem Impuls und seiner Masse abhängt. Dies hat man vor allem für Elektronen und Neutronen benutzt, z.B. in einem Elektronenmikroskop oder bei der Neutronenbeugung in der Kristallographie. Das gleiche gilt aber auch für Atome. Das heißt, dass man Atome z.B. fokussieren kann, wenn man eine Linse dafür konstruiert. An einem Strahlteiler wird ein Atom in zwei Teilstrahlen zerlegt, welche z.T. durch makroskopische Distanzen getrennt sind. Das heißt nun nicht, dass das Atom mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit nach links und einer anderen Wahrscheinlichkeit nach rechts geht, sondern es geht durch beide Arme. Das kann man zeigen, indem man die beiden Teilstrahlen wieder zusammenbringt und Interferenzerscheinungen misst. Diese Experimente sind primär von konzeptionellem Interesse, da sie den Wellencharakter der Materie aufzeigen. Es gibt aber auch Vorschläge und erste Experimente, wie man derartige Experimente zu Präzisionsmessungen benutzen kann, z.B. für eine sehr genaue Messung der Erdbeschleunigung.

Auch in stehenden Lichtwellen erreicht man schnelle Intensitätsvariationen. Wenn die Intensität hoch genug ist kann man erreichen, daß die Atome sich nur in den Knoten oder Bäuchen der stehenden Welle aufhalten. Wenn man die Welleneigenschaften der Atome berücksichtigt findet man, daß die stehende Welle in diesem Fall als Beugungsgitter wirkt. Die einzelnen Teilstrahlen erhalten einen zusätzlichen Impuls von  $2\hbar\vec{k}$  senkrecht zur ursprünglichen Ausbreitungsrichtung, d.h. parallel zur Richtung der stehenden Welle.



Es gibt verschiedene Möglichkeiten, einen Atomstrahl zu fokussieren indem man ein Potential erzeugt, welches quer zum Atomstrahl näherungsweise quadratisch ist. Die einfachste Möglichkeit ist die Verwendung eines Gaussförmigen Laserstrahls, der dem Atomstrahl überlagert wird. Die Laserfrequenz muß in diesem Fall rot verstimmt sein, so daß die Atome ins Zentrum hineingezogen werden.



Eine andere Möglichkeit liegt in der Verwendung eines hohlen Strahls, der blau verstimmt ist, so daß die Atome wieder ins Zentrum hineingedrückt werden. Die dritte

Möglichkeit liegt in der Verwendung einer stehenden Welle, ähnlich wie beim Strahlteiler.

Eine möglicherweise realisierbare Anwendung solcher Linsen liegt in der Chipherstellung, wo Atomstrahlen zum Schreiben von kleinen Strukturen verwendet werden könnten. Wie hier gezeigt erhält man damit räumlich periodische Muster. Das Prinzip lässt sich leicht auf zwei Dimensionen ausweiten. Die Periodizität ist gegeben durch die Wellenlänge des Lichtes, während die Auflösung durch die Fokussierung des Atomstrahls definiert ist.

